Optymalizacja czasowo-kosztowa w harmonogramowaniu wieloobiektowych przedsięwzięć budowlanych

Dr inż. Michał Podolski, Politechnika Wrocławska

1. Wprowadzenie

Systemy pracy potokowej stosowane w realizacji wieloobiektowych przedsięwzięć budowlanych i mające swoje źródło w metodzie pracy równomiernej [1] są nadal przedmiotem wielu badań [np. 3, 5, 8]. W literaturze światowej podstawą dla tworzenia modeli harmonogramowania z tym systemem pracy jest metoda oparta na koncepcji tzw. linii równowagi („*Line of Balance*" – LOB) [2, 4]. Najczęściej rozpatrywanym kryterium harmonogramowania w tych systemach jest czas trwania całego przedsięwzięcia. Modele z tym kryterium mogą być wykorzystywane przez wykonawcę korzystającego z zasobów własnych lub zewnętrznych (podwykonawców). Przyjęcie kryterium czasu jest jednak pewnym uproszczeniem w planowaniu przedsięwzięć. Dodatkowym parametrem, który można uwzględnić w harmonogramowaniu w tych systemach, jest koszt realizacji robót przedsięwzięcia. W modelach przedstawionych w pracy [5] jest on interpretowany jako sumaryczny koszt strat z tytułu braku ciągłości pracy grup roboczych i „kar" z tytułu niedotrzymania terminów dyrektywnych zakończenia robót w obiektach wchodzących w skład przedsięwzięcia. W niniejszym artykule zostanie przedstawiony model systemu pracy potokowej, w którym suma kosztów realizacji poszczególnych robót w obiektach stanowi koszt całego przedsięwzięcia.

2. Model optymalizacyjny przedsięwzięcia wieloobiektowego

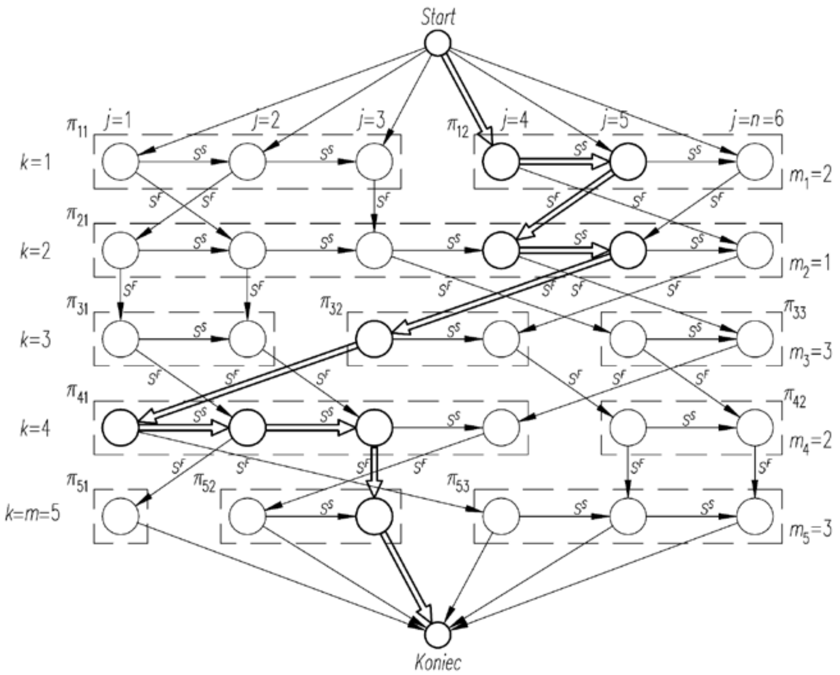
Definiuje się następujący model optymalizacyjny przedsięwzięcia wieloobiektowego, który jest realizowany w systemie potokowym. Przyjmuje się założenie, że jest zastosowana dowolna liczba wyspecjalizowanych grup roboczych do wykonywania roboty jednego rodzaju. Wybór danej grupy roboczej z zespołu grup roboczych jest uzależniony od czasu trwania realizacji przez nią danej roboty, kosztu jej użycia oraz rodzaju przyjętego ograniczenia dotyczącego kosztu lub czasu realizacji całego przedsięwzięcia. Model optymalizacyjny przedmiotowego zagadnienia jest następujący:

Parametry:

- Przedsięwzięcie tworzy zbiór obiektów budowlanych $Z = \{Z_1, Z_2, Z_3, ..., Z_j, ..., Z_n\}$.
- Do wykonywania prac istnieją zespoły grup roboczych wykonujących robotę jednego rodzaju i tworzących zbiór $B = \{B_1, B_2, B_3, ..., B_k, ..., B_m\}$.
- W każdym zespole grup roboczych $B_k \in B$ znajduje się $m_k \geq 1$ grup roboczych, które mogą posiadać takie same albo różne wydajności lub składy: $B_k = \{B_{k1}, B_{k2}, B_{k3}, ..., B_{ki}, ..., B_{km_k}\}$.
- Każdy obiekt $Z_j \in Z$ wymaga realizacji m robót, które tworzą zbiór $O_j = \{O_{j1}, O_{j2}, O_{j3}, ..., O_{jk}, ..., O_{jm}\}$.
- Zakłada się, że robota $O_{jk} \in O_j$ może być realizowana przez grupę roboczą $B_{ki} \subset B_k$. Czas trwania roboty O_{jk} wykonywanej przez nią wynosi $p_{jki} > 0$. Zbiór możliwych czasów trwania p_j robót ze zbioru O_j określa wektor $p_j = \{p_{j1}, p_{j2}, p_{j3}, ..., p_{jk}, ..., p_{jm}\}$, gdzie $p_{jk} = \{p_{jk1}, p_{jk2}, p_{jk3}, ..., p_{jki}, ..., p_{jmm_k}\}$.
- Koszt realizacji roboty O_{jk} przez grupę roboczą B_{ki} określa zmienna $u_{jki} > 0$. Zbiór możliwych kosztów u_j robót ze zbioru O_j określa wektor $u_j = \{u_{j1}, u_{j2}, u_{j3}, ..., u_{jk}, ..., u_{jm}\}$, gdzie $u_{jk} = \{u_{jk1}, u_{jk2}, u_{jk3}, ..., u_{jki}, ..., u_{jmm_k}\}$. Koszt roboty u_{jki} jest wyznaczany według kalkulacji kosztu wykonania roboty O_{jk} przez grupę roboczą B_{ki} znajdującą się w zasobach wykonawcy. Może on również być ofertą kosztu wykonania roboty O_{jk} przez podwykonawcę reprezentowanego przez grupę roboczą B_{ki}.
- Zakłada się możliwość występowania przerw technologicznych między robotami lub jednoczesnej pracy wielu grup roboczych w obiektach. Dla zbioru robót O_j wartości sprzężeń s^F_j definiuje się następująco: $s^F_j = \{s^F_{j1}, s^F_{j2}, s^F_{j3}, ..., s^F_{jk}, ..., s^F_{jm}\}$. Przyjęto dwie możliwe postaci sprzężenia s^F_{jk}. Pierwszą postacią s^F_{jk} są wartości bezwzględne przedstawiające odległości czasowe między terminem zakończenia roboty poprzedniego rodzaju O_{jk} i terminem rozpoczęcia roboty $O_{j,k+1}$ następnego rodzaju w tym samym obiekcie. Implementacja programowa takiej sytuacji polega na przyjęciu przez zmienną reprezentującą wartość s^F_{jk} typu zmiennej oznaczającego liczbę całkowitą. W drugiej interpretacji wartości s^F_{jk} przedstawiają war-

tość względną – mnożnik dla czasu trwania p_{jki} roboty poprzedniego rodzaju O_{jk}. W wyniku tego działania matematycznego otrzymywana jest konkretna wartość s^F_{jk}. Przyczyną wprowadzenia takiej postaci jest umożliwienie podania wartości s^F_{jk} jako wielkości proporcjonalnej do czasu trwania p_{jki} roboty poprzedniego rodzaju O_{jk}, który może być zmienny i zależny od wyboru grupy roboczej wykonującej robotę O_{jk}. Implementacja programowa takiej sytuacji polega na przyjęciu przez zmienną reprezentującą wartość s^F_{jk} typu zmiennej oznaczającego liczbę rzeczywistą. Wartości sprzężeń s^F_{jk} mogą być dowolne.

- Dodatkowe czasy niezbędne dla przemieszczania grup roboczych między obiektami, zależne od rodzaju grupy roboczej oraz kolejności realizacji obiektów określa macierz $S^S_k = [s^S_{gh}]_{n \times n}$, gdzie $g \in [1..n]$, $h \in [1..n]$, $k \in [1..m]$.



Rys. 1. *Przykładowy graf G (π) dla rozważanego przedsięwzięcia wieloobiektowego (m = 5, n = 6) z zaznaczoną ścieżką krytyczną*

Ograniczenia:

- Zakłada się technologiczną kolejność wykonywania robót: $O_{j,k-1} < O_{j,k} < O_{j,k+1.}$
- Zakłada się, że w dowolnej chwili każda grupa robocza z zespołu B_k może wykonywać tylko jedną robotę.
- Zakłada się nieograniczoną dostępność grup roboczych w czasie realizacji przedsięwzięcia (grupy są dostępne od chwili „zero" do zakończenia robót dla nich przewidzianych)
- Zakłada się, że robota $O_{jk} \in O_j$ jest realizowana nieprzerwanie przez grupę roboczą $B_{ki} \subset B_k$ przez czas $p_{jki} > 0$.
- Zakłada się (alternatywnie) ograniczenie kosztu realizacji całego przedsięwzięcia do wartości $\hat{U}$: $U \leq \hat{U}$, $U = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} u_{jk}$ lub ograniczenie czasu zakończenia wszystkich robót w obiektach do terminu $\hat{C}$: $C_{max} \leq \hat{C}$, gdzie C_{max} jest czasem trwania przedsięwzięcia.

Zmienną decyzyjną jest kolejność π wykonywania obiektów, którą stanowi zestaw permutacji podziału rozłącznego (zwany dalej dla uproszczenia permutacją) $\pi = (\pi_1, \pi_2,..., \pi_k,..., \pi_m) \in \Pi$, gdzie Π jest zbiorem wszystkich możliwych permutacji. Kolejność wykonywania obiektów przez grupy robocze z zespołu grup roboczych B_k określa permutacja podziału rozłącznego $\pi_k = (\pi_{k1}, \pi_{k2},..., \pi_{ki},..., \pi_{k\,m_k})$, gdzie permutacja obiektów dla i-tej grupy roboczej k-tego zespołu $\pi_{ki} = (\pi_{ki}(1), \pi_{ki}(2), ..., \pi_{ki}(l),..., \pi_{ki}(n_{ki}))$ określa kolejność wykonywania obiektów przydzielonych do grupy roboczej $B_{ki} \subset B_k$, $B_k \subset B$ (n_{ki} *określa liczbę obiektów realizowanych przez i-tą grupę roboczą k-tego zespołu)*. Postać zmiennej decyzyjnej jednoznacznie określa alokację grup roboczych do realizacji robót w obiektach. W związku z tym, za pomocą zestawu permutacji podziału rozłącznego π jednoznacznie ustalone są czasy trwania poszczególnych robót wykonywanych w obiektach oraz ich koszt. Po przyjęciu permutacji π zbiór czasów trwania p_j robót ze zbioru O_j jest następujący: $p_j = \{p_{j1}, p_{j2}, p_{j3},..., p_{jk},..., p_{jm}\}$, gdzie p_{jk} jest czasem trwania roboty O_{jk}. Podobnie, po przyjęciu permutacji π zbiór kosztów u_j robót ze zbioru O_j jest następujący: $u_j = \{u_{j1}, u_{j2}, u_{j3},..., u_{jk},..., u_{jm}\}$, gdzie u_{jk} jest kosztem roboty wyznaczanym jak podano w opisie parametrów modelu.

Opisywane przedsięwzięcie wieloobiektowe wygodnie jest przedstawiać w formie grafu skierowanego. Forma tego grafu jest zależna od przyjętego zestawu permutacji podziału rozłącznego π. Szczegóły definicji grafu znajdują się w pracy [7]. Dowolny graf $G(\pi)$ dla przedmiotowego modelu ma własność ścieżki krytycznej. Przykład jednego z rozwiązań dla $m = 5$ rodzajów robót i $n = 6$ obiektów przedstawia rysunek 1.

Terminy zakończenia poszczególnych robót można określić ze wzoru o postaci rekurencyjnej:

$$C_{k,\pi_{ki}(l)} = \max\{C_{k,\pi_{ki}(l-1)} + s^S_{k,\pi_{ki}(l-1)\,\pi_{ki}(l)},\ C_{k-1,\pi_{ki}(l)} + s^F_{k-1,\pi_{ki}(j)}\} + p_{k,\pi_{ki}(l)},$$

gdzie: $j = 1,..., n$, $l = 1,..., n_{ki}$, $i = 1,...., m_k$, $k = 1,..., m$, $\pi_{ki}(0) = 0$, $C_{k,0} = 0$, $C_{0,j} = 0$.

Pierwszą rozważaną funkcją celu jest czas trwania całego przedsięwzięcia przy założonym ograniczeniu jego kosztu. Dokładniej poszukiwany będzie minimalny termin zakończenia wykonywania wszystkich robót $C_{max}(\pi^*)$ dla permutacji $\pi^* \in \Pi$, dla której: $C_{max}(\pi^*) = \min_{\pi \in \Pi} C_{max}(\pi)$, gdzie $C_{max}(\pi) = \min_j C_{m,j}$, przy założeniu, że koszt całego przedsięwzięcia nie przekroczy wartości dyrektywnej narzuconej przez wykonawcę $U(\pi^*) \leq \hat{U}$, $U(\pi^*) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} u_{jk}$, gdzie n – liczba wszystkich obiektów, m – liczba robót w każdym z obiektów.

Drugą rozważaną funkcją celu jest koszt całego przedsięwzięcia przy założonym ograniczeniu jego terminu zakończenia. Dokładniej, poszukiwany będzie minimalny koszt przedsięwzięcia (jako suma kosztów robót) dla permutacji $\pi^* \in \Pi$, dla której $U(\pi^*) = \min_{\pi \in \Pi} U(\pi)$, gdzie $U(\pi) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} u_{jk}$, przy założeniu, że termin zakończenia całego przedsięwzięcia $C_{\max}(\pi^*)$ nie przekroczy terminu dyrektywnego narzuconego przez inwestora $\hat{C}$: $C_{\max}(\pi^*) \leq \hat{C}$.

Rozważany model można zidentyfikować wśród zagadnień teorii szeregowania zadań jako problem m–maszynowy, przepływowy z maszynami równoległymi, z nałożonymi ograniczeniami: czasami transportu (dodatnimi lub ujemnymi) i przezbrojeniami sekwencyjnie zależnymi [9] oraz z założeniem statycznego, dyskretnego modelu operacji typu czas/zasób.

3. Przykład obliczeniowy

Wykonawca na zlecenie inwestora ma zrealizować przedsięwzięcie polegające na wybudowaniu n = 12 budynków mieszkalnych. Każdy z nich wymaga wykonania 11 robót realizowanych w ustalonej kolejności. Przedsięwzięcie będzie realizowane częściowo przez wykonawcę, który dysponuje własnymi, wyspecjalizowanymi do realizacji jednego rodzaju robót, zespołami grup roboczych o stałych lub różnych wydajnościach. Zakłada się, że pracownicy wchodzący w skład grup roboczych wykonawcy są zatrudnieni na stałe (np. na umowę o pracę) i dla nich nie wyznacza się kosztów ich użycia, gdyż wykonawca zawsze ponosi ten sam koszt ich zatrudnienia. Liczba grup roboczych w zespołach jest ograniczona (ustalona przez planującego). Ponadto jego grupy robocze mogą realizować tylko niektóre z rodzajów robót. Na podstawie pracochłonności robót w poszczególnych obiektach oraz wydajności własnych grup roboczych wykonawca ustalił czasy trwania realizacji robót w obiektach. Dane odnośnie czasów trwania robót i liczby grup roboczych o stałych składach dla robót realizowanych przez wykonawcę są zawarte w tabeli 1. Dla pozostałych robót k = 1, 2, 3, 4, 7 wykonawca zamierza użyć, oprócz własnych grup roboczych, zasobów zewnętrznych – podwykonawców (dodatkowych grup roboczych wykonujących tylko robotę jednego rodzaju). Każdy z podwykonawców przedstawił wykonawcy swoją ofertę zawierającą cenę i czas realizacji roboty w danym obiekcie, co jest przedstawione w tabeli 2. Między robotami występującymi w ciągu technologicznym występują sprzężenia między obiektami, które zostały ustalone na postawie istniejących ograniczeń technologicznych i są przedstawione w tabeli 3. Dane dotyczące czasów wymaganych ze względu na przemieszczanie grup roboczych między obiektami (zależnych od rodzaju grupy roboczej oraz kolejności realizacji obiektów) są zapisane w postaci siedmiu macierzy $S^S{}_k$ (k = 1...11): $S^S{}_1 = S^S{}_2 = S^S{}_3 = S^S{}_7 = S^S{}_8 = [s^S{}_{gh}]_{n \times n} = 1$, $S^S{}_4 = S^S{}_5 = S^S{}_6 = S^S{}_9 = S^S{}_{10} = S^S{}_{11} = [s^S{}_{gh}]_{n \times n} = 0$.

W pierwszym przypadku wykonawca ma do dyspozycji w swoim budżecie tej inwestycji dla podwykonawców kwotę 1 350 tys. zł. W związku z tym ograniczeniem planista wykonawcy ma za zadanie ustalić taki harmonogram wykonywania robót przedsięwzięcia, aby zminimalizować czas jego trwania. Zadanie to odpowiada założeniom modelu z kryterium czasu trwania przedsięwzięcia przy ograniczeniu jego kosztu.

W drugim przypadku zakładamy, że wykonawca musi zrealizować roboty w dyrektywnym czasie trwania przedsięwzięcia narzuconym przez inwestora. Niech wynosi on dla naszego przykładu 180 dni roboczych. W związku z narzuconym terminem zakończenia przedsięwzięcia planista ma za zadanie ustalić taki harmonogram wykonywania robót przedsięwzięcia, aby zminimalizować koszt użytych zasobów zewnętrznych – podwykonawców. Zadanie to odpowiada założeniom modelu z kryterium kosztu realizacji przedsięwzięcia przy ograniczeniu czasu jego trwania.

4. Metoda rozwiązania zagadnienia optymalizacyjnego

Podobnie jak w wielu modelach systemów pracy potokowej powyżej przedstawione zadania są NP-trudnymi problemami optymalizacyjnymi. W związku z tym rozwiązania tych zadań będą poszukiwane za pomocą algorytmu poszukiwania z zakazami (*tabu search*, w skrócie TS), który należy do grupy metaheurystyk. Powiela on naturalny proces poszukiwania rozwiązania problemu realizowany przez człowieka. Pod-

Tabela 1. *Czasy trwania robót k = 5, 6, 10, 11 wykonywanych przez zespoły grup roboczych wykonawcy składających się z grup roboczych o stałych składach i wydajnościach, wyrażone w dniach roboczych*

Roboty specjalistyczne k	Liczba grup roboczych w dyspozycji	Czasy trwania robót wykonywanych przez pojedynczą grupę roboczą na obiektach j = 1, 2, …, 12											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5 (instalacje)	4	10	8	13	10	11	9	9	12	13	9	12	8
6 (stolarka)	4	3	3	4	4	2	3	4	3	4	3	2	2
10 (posadzki)	4	8	11	7	8	10	6	8	5	7	7	9	5
11 (biały montaż)	3	5	5	5	5	4	4	3	6	5	5	7	6

Tabela 2. *Czasy trwania i koszty robót, które są wykonywane przez podwykonawców albo przez grupy robocze wykonawcy o różnych składach lub wydajnościach*

Numer grupy roboczej dla poszczególnych rodzajów robót		Czasy trwania i koszty robót wykonywanych przez poszczególne grupy robocze zespołów do robót specjalistycznych na obiektach j = 1, 2, …, 12											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Roboty ziemne (k = 1)													
1	Czas [dni robocze]	3	3	3	3	3	3	2	3	2	3	3	3
	Koszt [tys. PLN]	5,50	5,48	6,37	6,20	4,82	4,95	3,86	5,56	4,41	5,87	6,07	6,25
2	Czas [dni robocze]	3	3	3	3	3	4	2	2	2	3	2	4
	Koszt [tys. PLN]	5,08	6,31	7,49	6,75	5,09	3,59	3,20	6,98	4,13	6,42	7,71	4,98
3	Czas [dni robocze]	2	3	3	4	4	3	2	2	2	3	3	3
	Koszt [tys. PLN]	6,84	6,43	6,14	5,02	4,01	5,01	4,60	6,96	5,30	6,47	5,61	6,13
4	Czas [dni robocze]	4	4	4	4	3	4	2	3	2	4	4	3
	Koszt [tys. PLN]	3,88	4,37	4,67	4,80	4,90	3,67	3,15	5,83	3,91	4,66	4,71	6,41
Fundamenty (k = 2)													
1	Czas [dni robocze]	12	10	9	11	12	15	14	15	14	14	13	10
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	Czas [dni robocze]	15	13	9	13	11	13	16	17	14	11	11	9
	Koszt [tys. PLN]	19,03	14,42	19,12	19,21	26,90	35,52	24,36	25,50	27,17	34,40	29,82	21,68
3	Czas [dni robocze]	13	11	9	9	13	12	19	14	11	17	12	11
	Koszt [tys. PLN]	21,85	17,74	18,05	28,16	22,15	37,16	20,22	31,52	34,38	23,23	27,58	17,85
4	Czas [dni robocze]	11	10	11	14	12	17	17	12	16	13	14	9
	Koszt [tys. PLN]	25,90	19,50	14,86	16,92	25,12	27,31	22,27	36,74	23,96	30,22	24,67	21,73
Ściany, stropy (k = 3)													
1	Czas [dni robocze]	22	25	23	26	23	27	27	19	23	25	22	25
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	Czas [dni robocze]	21	34	18	29	32	22	24	27	25	20	18	25
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	Czas [dni robocze]	24	24	23	34	19	21	25	22	20	24	19	21
	Koszt [tys. PLN]	52,22	67,15	60,73	51,33	75,17	90,07	77,03	43,61	70,44	66,69	68,94	76,79
4	Czas [dni robocze]	18	22	18	29	19	38	22	19	22	21	24	21
	Koszt [tys. PLN]	69,57	72,79	75,99	60,80	74,81	50,25	87,02	50,74	62,15	76,91	54,73	75,29
5	Czas [dni robocze]	25	28	28	21	25	21	22	15	28	29	20	23
	Koszt [tys. PLN]	49,62	56,85	50,45	85,53	55,62	90,66	86,43	65,19	48,59	55,59	63,18	69,83
Więźba dachowa (k = 4)													
1	Czas [dni robocze]	14	15	16	17	16	13	16	11	12	16	18	15
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	Czas [dni robocze]	14	20	23	16	16	12	14	13	11	13	15	14
	Koszt [tys. PLN]	57,81	45,82	46,17	73,89	63,83	56,82	74,80	36,46	52,71	79,37	87,35	65,24
3	Czas [dni robocze]	14	16	16	20	17	14	13	9	12	22	16	20
	Koszt [tys. PLN]	57,69	58,04	67,13	57,55	58,78	46,98	76,72	51,61	47,97	46,73	82,81	44,98
4	Czas [dni robocze]	20	14	15	16	22	12	13	9	13	22	17	13
	Koszt [tys. PLN]	39,78	68,11	68,80	74,22	46,70	55,70	77,54	52,84	43,25	47,66	75,70	69,69
Tynki, posadzki, poddasze (k = 7)													
1	Czas [dni robocze]	20	22	19	18	21	25	19	26	26	20	25	23
	Koszt [tys. PLN]	60,35	65,11	56,57	55,81	63,84	74,75	57,97	77,21	77,92	61,69	74,19	68,42
2	Czas [dni robocze]	24	18	26	14	17	22	18	23	24	19	19	19
	Koszt [tys. PLN]	50,20	78,71	40,57	72,32	78,73	86,25	60,70	89,19	84,18	64,55	96,10	83,91
3	Czas [dni robocze]	20	19	18	15	18	29	17	27	21	17	24	22
	Koszt [tys. PLN]	59,79	77,07	59,00	67,32	73,83	65,41	64,21	74,23	97,10	74,07	77,64	70,54
4	Czas [dni robocze]	23	26	15	20	22	28	26	36	24	19	20	31
	Koszt [tys. PLN]	53,32	54,30	73,19	49,88	59,65	67,76	42,58	55,67	84,85	66,25	91,58	51,48
5	Czas [dni robocze]	21	25	22	17	26	25	24	35	35	24	30	30
	Koszt [tys. PLN]	56,95	58,17	48,11	59,66	51,71	74,95	46,28	58,17	57,94	50,73	62,62	51,73
Ogrodzenie, podjazdy (k = 8)													
1	Czas [dni robocze]	15	15	18	19	18	11	16	15	10	20	20	11
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	Czas [dni robocze]	17	17	20	21	20	12	18	17	11	22	22	12
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	Czas [dni robocze]	14	14	16	17	16	10	14	14	9	18	18	10
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	Czas [dni robocze]	20	20	23	25	23	14	21	20	13	26	26	14
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Glazura, malowanie (k = 9)													
1	Czas [dni robocze]	8	10	8	7	8	7	10	7	7	8	7	8
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	Czas [dni robocze]	6	8	6	6	6	6	8	6	6	6	6	6
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	Czas [dni robocze]	10	12	10	8	10	8	12	8	8	10	8	10
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	Czas [dni robocze]	6	7	6	5	6	5	7	5	5	6	5	6
	Koszt [tys. PLN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabela 3. *Sprzężenia między obiektami S^F występujące między robotami k i k+1*

	Roboty k =										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Wartość S^F [dni robocze]	0	5	0	$-0.3p_{j4i}$	-1	-1	0	$-1.0p_{j8i}$	10	$-0.25p_{j10i}$	0

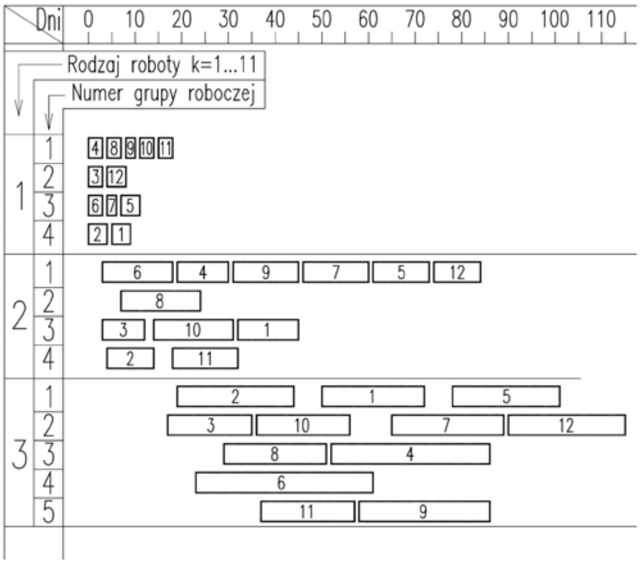
stawowa wersja algorytmu TS rozpoczyna działanie od określonego rozwiązania startowego. Następnie dla tego rozwiązania znajdywane jest otoczenie. Definiuje się je jako zbiór rozwiązań, który można utworzyć po wykonaniu ruchów w danym rozwiązaniu, tj. przekształceń transformujących dane rozwiązanie w inne według ustalonych zasad. W otoczeniu poszukiwane jest rozwiązanie z najmniejszą wartością funkcji celu. To rozwiązanie staje się rozwiązaniem bazowym dla następnej iteracji. Wynikiem działania algorytmu jest najlepsze rozwiązanie z całej trajektorii poszukiwań. Jego forma użyta do rozwiązywania zagadnienia optymalizacyjnego w przedstawionym modelu została opracowana na podstawie pracy [6] i szczegółowo opisana w pracy [7]. Implementację programową algorytmu TS dla rozpatrywanego modelu dokonano w środowisku Mathematica.

Jak już podano, w modelu mogą wystąpić zbiory rozwiązań niedopuszczalnych ze względu na przyjęte ograniczenia. Założono eliminację tego rodzaju rozwiązań przez przyjęcie dla nich odpowiednio dużej wartości funkcji celu. Ważnym problemem w rozwiązywaniu zagadnienia optymalizacyjnego jest odpowiednie przyjęcie rozwiązań początkowych, które opisano w pracy [7].

W przedstawionym wcześniej przykładzie obliczeniowym zostały postawione dwa oddzielne zadania optymalizacyjne. W pierwszym z nich wykonawca ma do dyspozycji w swoim budżecie inwestycji dla podwykonawców kwotę 1 350 tys. zł. W związku z tym ograniczeniem zadaniem wykonawcy było ustalenie harmonogramu wykonywania robót przedsięwzięcia minimalizującego czas jego trwania. Zadanie to rozwiązano stosując algorytm TS z warunkiem zakończenia pracy algorytmu po 20000 iteracji. Czas trwania przedsięwzięcia wyniósł 195 dni roboczych przy ograniczonym koszcie podwykonawców wynoszącym 1345,99 tys. PLN dla permutacji:

π = (((11,1,12), (3,6), (9), (2,4,5,7,8,10)), ((11,5, 2,4,10,6,7), (9,12), (3,8), (1)), ((9,5,4,6), (3,12,1,10,7), (), (2), (11,8)), ((3,11,5,9,1,4,7), (8,2,6), (12), (10)), ((8,5,3,7), (11,2,1,6), (12,9,4), (10)), ((11,2,1), (8,9,6), (7), (5,3,12,10,4)), ((5,10), (2,3,7), (8,1,6), (12,4), (11,9)), ((5,9,7), (8,3), (11,12,10,6), (2,1,4)), ((8), (5,2,9,1,12,6), (11,3,10), (4,7)), ((8,11,4), (9,1,3,6), (10,7), (5,2,12)), ((11,5,4), (2,10,1,8,7), (9,3,12,6))).

Drugie zadanie optymalizacyjne polegało na znalezieniu harmonogramu minimalizującego koszt użytych zasobów zewnętrznych – podwykonawców przy ograniczonym czasie trwania przedsięwzięcia do 180 dni roboczych. Rozwiązano je stosując algorytm TS z warunkiem zakończenia pracy algorytmu po 20000 iteracji. Koszt użytych podwykonawców wynosi wtedy 1490,02 tys. zł, a czas trwania całego przedsięwzięcia – 180 dni roboczych dla permutacji:



Rys. 2. *Harmonogram robót k = 1, 2, 3 dla rozwiązania uzyskanego w drugim zadaniu optymalizacyjnym przykładu obliczeniowego*

π = (((4,8,9,10,11), (3,12), (6,7,5), (2,1)), ((6,4,9,7,5,12), (8), (3,10,1), (2,11)), ((2,1,5), (3,10,7,12), (8,4), (6), (11,9)), ((3,8,6,9,7,12), (2), (10,4), (11,1,5)), ((2,1,4,12), (8,10,11,9), (3,6,5), (7)), ((), (10,4,7,5), (3,6,11,9,12), (2,8,1)), ((1,4), (3,10,9,12), (6), (8,7), (2,11,5)), ((1,12), (2,9,7), (8,10,4), (3,6,11,5)), ((11,1,4), (12), (8,3,7), (6,2,10,9,5)), ((8), (10, 6,11,12), (4,5), (2,3,9,1,7)), ((6,10,2,9,12), (1,4,7), (8,11, 3,5))).

Permutacje te należy interpretować następująco. Liczby w nich określają numery obiektów. W potrójnym nawiasie zostały podane uszeregowania obiektów dla całego przedsięwzięcia. W podwójnych nawiasach podano uszeregowania 12 różnych obiektów (*j* = 1, …, 12) dla realizacji 11 różnych specjalistycznych procesów budowlanych (*k* = 1, ..., 11). W pojedynczych nawiasach zawarte są uszeregowania numerów obiektów dla poszczególnych grup roboczych realizujących dany proces budowlany. Wyżej przedstawione permutacje są rozwiązaniami (zmiennymi decyzyjnymi), które stanowią podstawę do utworzenia harmonogramu realizacji robót. Przekształcenie permutacji w harmonogram polega na obliczeniu terminów rozpoczęcia i zakończenia procesów budowlanych z uwzględnieniem ograniczeń zawartych w modelu optymalizacyjnym przedsięwzięcia (kolejności procesów, wartości sprzężeń między obiektami), czasu i kosztów procesów oraz przydziału procesów do grup roboczych podanego w permutacji. Przydział procesów jest określony przez uszeregowanie numerów obiektów w których dana grupa robocza z zespołu grup roboczych będzie wykonywała swoją robotę. Przykładowo fragment permutacji z drugiego zadania optymalizacyjnego ((4,8,9,10,11),(3,12),(6,7,5),(2,1)) oznacza, że w zespole grup roboczych są cztery grupy robocze wykonujące proces jednego rodzaju w 12 obiektach. Pierwsza z nich wykonuje roboty w obiektach 4,8,9,10,11 (według podanej kolejności), druga grupa wykonuje roboty w obiektach 3,12 (również z podaną kolejnością), trzecia w obiektach 6,7,5, czwarta w obiektach 2,1. Na podstawie danych zawartych w przykładzie w zadaniu optymalizacyjnym drugim dla fragmentu permutacji z procesami $k = 1, 2, 3$ można utworzyć harmonogram, który jest fragmentem harmonogramu całego przedsięwzięcia (rys. 2).

5. Podsumowanie

Przedstawiony w pracy model może być stosowany w przedsięwzięciach realizowanych w systemach pracy potokowej przez wykonawcę dysponującego zasobami własnymi oraz mającego dostęp do zasobów zewnętrznych (podwykonawców). Dodatkowym parametrem uwzględnionym w modelu, oprócz czasów trwania robót, są ich koszty wykonywania. W związku z tym, że koszty robót są najczęściej nierosnącą funkcją czasu ich trwania, w modelu można wyróżnić dwie różne funkcje celu: koszt całego przedsięwzięcia i jego czas trwania. Traktując jedną z nich jako ograniczenie, zadania optymalizacyjne występujące w modelu można sprowadzać do zadań optymalizacji jednokryterialnej. Zadania takie zostały przedstawione w zawartym w pracy przykładzie obliczeniowym i rozwiązane za pomocą metaheurystycznego algorytmu tabu search. W modelu jest możliwe uwzględnienie również innych dodatkowych parametrów dotyczących np. jakości robót, co będzie prowadzić do problemów optymalizacji wielokryterialnej.

BIBLIOGRAFIA

[1] Dyżewski A., Technologia i organizacja budowy. Część II: Organizacja i planowanie budowy, Arkady, Warszawa 1971
[2] Harris R.B., Ioannou P.G., Scheduling projects with repeating activities. Journal of Construction Engineering and Management, 1998, 124 (4), 269-278
[3] Hejducki Z., Rogalska M., Time couplings methods. Oficyna Wydawnicza PWr., Wrocław, 2011
[4] Lumdsen P.: The line of balance method. Pergamon Press, London, 1968
[5] Marcinkowski R., Metody rozdziału zasobów realizatora w działalności inżynieryjno-budowlanej, Warszawa, WAT, 2002
[6] Nowicki E., Smutnicki C., The flow shop with parallel machines: A tabu search approach. European Journal of Operational Research, 1998, 106, 226-253
[7] Podolski M., Analiza nowych zastosowań teorii szeregowania zadań w organizacji robót budowlanych. Praca doktorska, Raporty Inst. Bud. PWroc. 2008, Ser. PRE nr 5/08 (http://www.dbc.wroc.pl/Content/2515/Podolski_Analiza_PhD.pdf)
[8] Podolski M., Zarządzanie zasobami w harmonogramowaniu wieloobiektowych przedsięwzięć budowlanych z wykorzystaniem teorii szeregowania zadań. Przegląd Budowlany, 2014, nr 4, s. 42-47
[9] Smutnicki C., Algorytmy szeregowania. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2002