

# Uwzględnienie wpływu sprężystej podatności belek w numerycznym modelowaniu stropów żelbetonowych

Dr inż. Paweł Kossakowski, Politechnika Świętokrzyska

## 1. Wprowadzenie

Obserwowana od wielu lat cyfryzacja i automatyzacja procesu projektowania objęła swym zakresem zarówno etap obliczeń, jak i sporządzania dokumentacji rysunkowej. Szczególnie duże możliwości na tym polu stwarzają programy numeryczne, które z uwagi na coraz bogatszą funkcjonalność wydatnie skracają czas wykonywania skomplikowanych obliczeń. Dodatkowo nowoczesne oprogramowanie pozwala na wysoce efektywną optymalizację projektowanej konstrukcji, co przez lata było w zasadzie niedostępne dla inżynierów bazujących jedynie na rozwiązaniach analitycznych i wykonujących obliczenia niejako „ręcznie”.

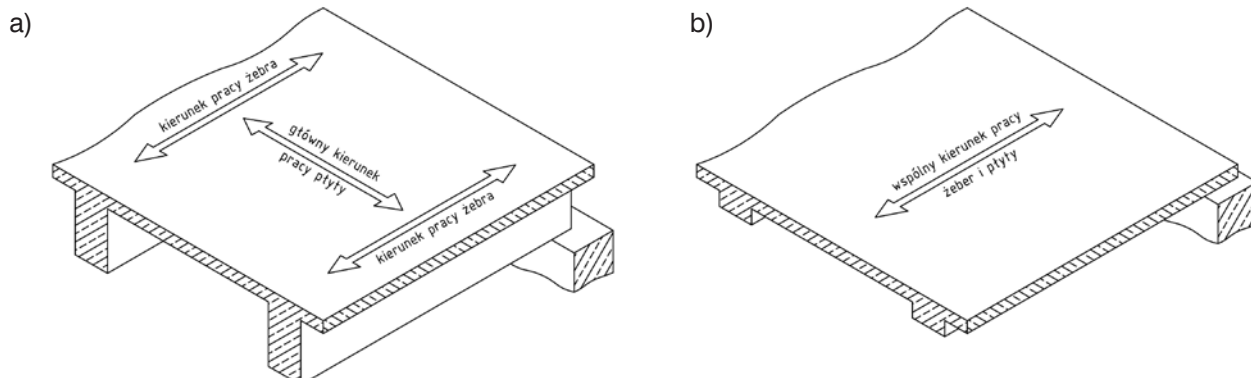
Podstawowym elementem determinującym jakość uzyskiwanych wyników obliczeń jest model numeryczny (obliczeniowy), będący w istocie pełną, cyfrową definicją konstrukcji. O ile w przypadku elementów prętowych, poprawna budowa modeli obliczeniowych często nie stanowi jakiegoś większego problemu, o tyle trudności pojawiają się w sytuacji modelowania struktur przestrzennych, składających się z elementów wielowymiarowych, takich jak płyty, tarcze czy powłoki.

Jednym z problemów napotykanym w obliczeniach konstrukcji żelbetonowych jest trudność związana z poprawnym modelowaniem stropów o konstrukcji płytowo-belkowej, zwłaszcza w zakresie poprawnego modelowania

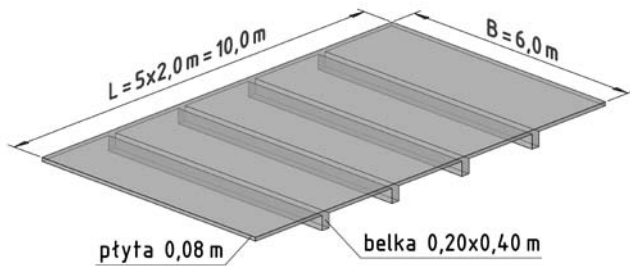
belek. Dwa zagadnienia w tym przypadku są istotne. Pierwsze z nich dotyczy wpływu podatności belek stanowiących podpory stropu w sytuacji, gdy ich sztywność jest znacząco wyższa od sztywności płyty. Uprawniałoby to do przyjęcia założenia, że wpływ sprężystej podatności belek na pracę płyty jest nieznaczny, a tym samym możliwe byłoby przyjęcie w modelu numerycznym podpór niepodatnych w miejscu belek. Drugi problem dotyczy samego sposobu modelowania układów płytowo-belkowych w zakresie poprawnego szacowania i definiowania sztywności belek.

Tematyka ta została już poruszona przez autora w pracy [1], gdzie analizie poddano dwuprzęsłowy strop żelbetonowy o konstrukcji płytowo-belkowej, o stosunku boków płyt równym 2, co odpowiadało granicznemu układowi jak dla płyt krzyżowo zbrojonych.

Z uwagi na istotne aspekty praktyczne omawianego zagadnienia, w niniejszym artykule przeanalizowano przypadek stropu żelbetonowego o konstrukcji płytowo-belkowej jednakże w układzie płyty pięcioprzęsłowej, jednokierunkowo zbrojonej. Analizie poddano wspomniane wyżej zagadnienia, czyli kwestie związane z wpływem sprężystej podatności podpór (belek) na pracę płyty w sytuacji znacząco wyższej sztywności giętej belek w stosunku do sztywności płyty oraz metody modelowania belek w tego rodzaju układach konstrukcyjnych.



**Rys. 1.** Wycinek i praca statyczna stropu płytowo-belkowego z belkami o dużej (a) i małej (b) sztywności giętej w stosunku do sztywności płyty ([1, 2])



Rys. 2. Analizowany ustrój płytowo-belkowy

## 2. Praca stropów żelbetowych przy uwzględnieniu podatności podpór

W analizie pracy stropów żelbetowych o układzie płytowo-belkowym stosuje się kilka założeń upraszczających. Jednym z nich jest pominięcie wpływu ugięć (podatności) belek na pracę płyty, dla której stanowią one podparcie, co omówiono szerzej w [2]. W przypadku gdy belki mają znaczną sztywność na zginanie w stosunku do sztywności podpieranej płyty, jest to założenie poprawne z uwagi na niewielkie ugięcia belek, dzięki czemu mogą one być traktowane jako podpory o małej podatności. W takim przypadku płyta pracuje głównie w kierunku prostopadłym do belek, co schematycznie przedstawiono na rysunku 1a. Płyta zachowuje się odmiennie, gdy jej sztywność giętna jest nieznacznie niższa od sztywności belek, które w tej sytuacji stanowią dla niej podpory podatne. Cały układ konstrukcyjny płyta-belki stanowi integralną strukturę, która pracuje jednolicie w kierunku podłużnym do osi belek (rys. 1b). Parametrem determinującym pracę takiego układu jest zatem wzajemna relacja sztywności giętej płyty i podpierających ją belek. W tym zakresie przyjmuje się kilka kryteriów. Według jednego z nich w sytuacji, gdy sztywność belek na zginanie jest co najmniej dziesięć razy większa od sztywności płyty, można pominąć ich podatność [2]. Innym kryterium pozwalającym na pominięcie w obliczeniach podatności belek, jest warunek określający stosunek ich wysokości do wysokości (grubości) płyty [2]:

$$\frac{h}{h_p} > 2,5 \quad (1)$$

gdzie:  $h$  – wysokość belki,  $h_p$  – wysokość płyty.

Tabela 1. Przypadki obciążeniowe

| Przypadek obciążenia | Rodzaj obciążenia                              | Charakterystyczna wartość obciążenia [kN/m <sup>2</sup> ] |
|----------------------|--|---|
| P1                   | Obciążenie ciężarem własnym konstrukcji        | automatycznie uwzględniane w programie obliczeniowym      |
| P2                   | Obciążenie stałe od warstw wykończeniowych     | 2,5   |
| P3                   | Obciążenie zmienne użytkowe stropu kategorii A | 2,0   |

Tabela 2. Kombinacja obciążeń

| Kombinacja obciążeń | Stan graniczny              | Formuła kombinacji                                 |
|---------------------|-----------------------------|--|
| K1                  | Stan graniczny nośności ULS | $1,35 \times P1 + 1,35 \times P2 + 1,50 \times P3$ |

Zarówno przypadek omawiany przez autora w [1] jak i sugestie zawarte w [2] pozwalają na stwierdzenie, że w wielu sytuacjach oba kryteria powinny być ostrzejsze. W [2] podany jest również warunek ograniczający możliwość stosowania modelu belkowego do przypadków dla których spełniona jest nierówność:

$$\frac{I_p}{I_b} \left( \frac{l_b}{l_{pn}} \right)^4 \leq 1,5 \quad (2)$$

gdzie:  $I_p$  – moment bezwładności 1 mb płyty w kierunku równoległym do długości belek,  $I_b$  – moment bezwładności belki teowej,  $l_b$  – rozpiętość belki,  $l_{pn}$  – rozpiętość płyty w świetle belek.

Według sugestii zawartych w [2] przy spełnieniu kryterium (2) zbrojenie płyty wymiarowane metodą belkową powinno być nie mniejsze niż konieczne.

## 3. Parametry analizowanego stropu

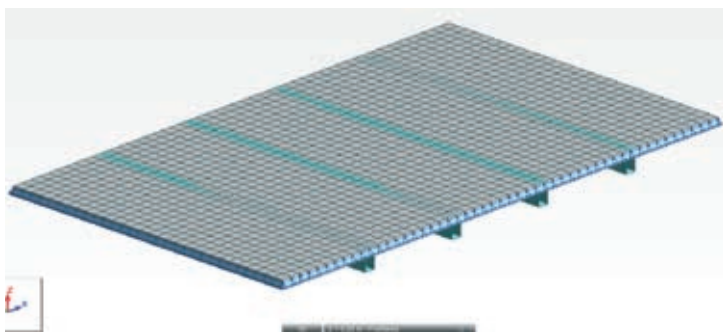
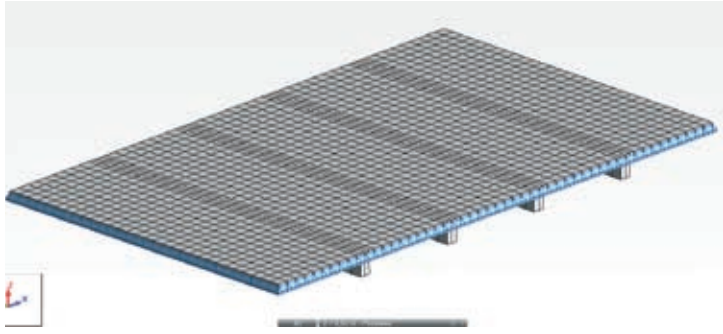
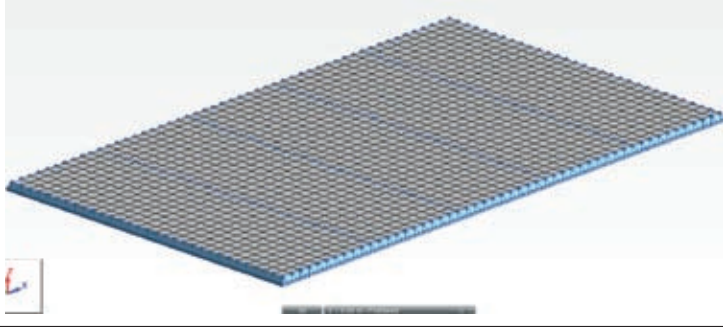
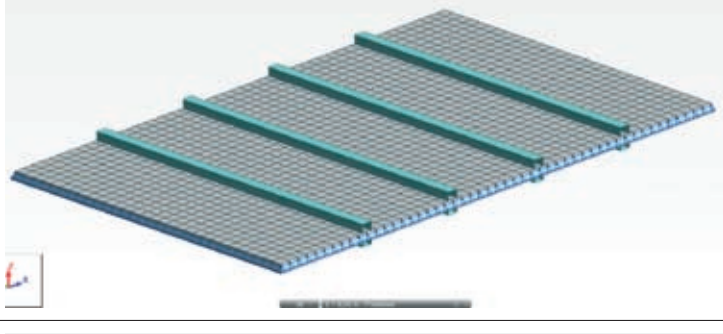
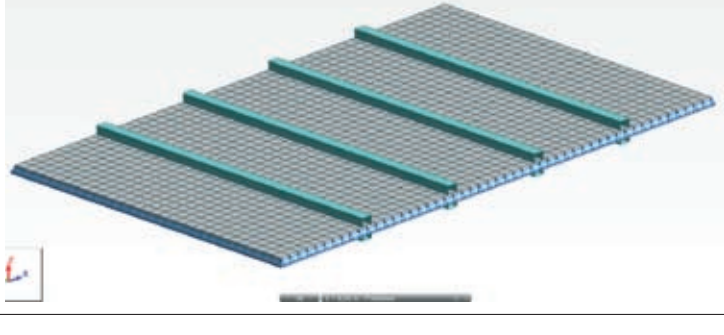
Analizie poddano strop żelbetowy w układzie płytowo-belkowym. Przyjęto układ płyty ciągłej szerokości 6,0 m i długości 10,0 m, która jest podparta na czterech belkach, zgodnie ze schematem pokazanym na rysunku 2. Tym samym wydzielone przęsła płyty charakteryzują się stosunkiem boków 3:1, a zatem spełniają kryteria jak dla płyty jednokierunkowo zbrojonej. W odniesieniu do całości konstrukcji przyjęto beton klasy C30/37.

Wymiary przekroju płyty i belek przyjęto tak, aby z odpowiednim zapasem spełnione było kryterium (1), a jednocześnie były to wymiary spotykane w praktyce inżynierskiej. Grubość (wysokość) płyty przyjęto jako  $h_p = 0,08$  m, a przekrój poprzeczny belki założono  $b \times h = 0,20 \times 0,40$  m, przyjmując jego wysokość jako 1/15 długości belki.

Jak widać, dla przyjętych parametrów geometrycznych konstrukcji stropu, np. warunek (1) jest spełniony z dwukrotnym zapasem, co upoważniałoby do pominięcia wpływu sprężystej podatności belek w odniesieniu do analizowanego stropu i przyjęcia ich jako podpór niepodatnych. Zagadnienie to poddano szczegółowej analizie, której wyniki przedstawiono w dalszej części pracy.

W obliczeniach założono oddziaływanie obciążeń dla trzech przypadków zestawionych w tabeli 1 wg [3]. Rozkłady sił wewnętrznych w płycie uzyskano w oparciu o kombinację obciążeń dla stanu granicznego nośności ULS, którą zdefiniowano w tabeli 2 zgodnie z [4].

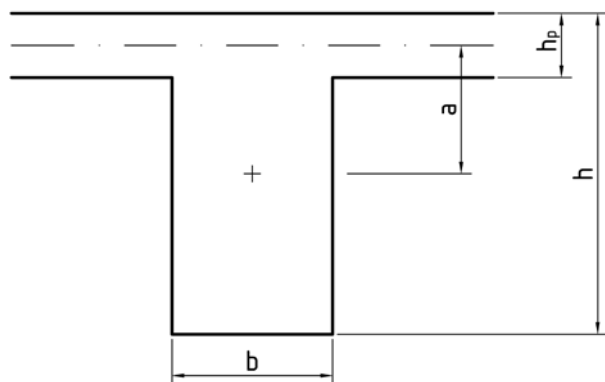
**Tabela 3.** Opis analizowanych modeli numerycznych stropu

| Oznaczenie modelu | Schemat modelu   | Opis modelu  |
|-------------------|--|--|
| R1                |    | <p>Model powłokowo-prętowy. Przesunięcie środka ciężkości belek w stosunku do środka ciężkości płyty modelowane jest przy zastosowaniu funkcji <i>offset</i>, umożliwiającej definiowanie mimośrodowego połączenia prętów w konstrukcji. Funkcja <i>offset</i> pozwala na definicję prętów poprzez odniesienie do istniejących węzłów bez potrzeby definiowania dodatkowych węzłów lub elementów łącznikowych.</p> |
| R2                |    | <p>Model powłokowy. Wszystkie elementy konstrukcyjne, czyli płyta i belki modelowane są za pomocą powłok o geometrii uwzględniającej ich rzeczywiste położenie w stosunku do siebie.</p>   |
| M1                |   | <p>Model powłokowy z podporami przegubowymi. Płyta modelowana jest jako powłoka podparta przegubowymi podporami niepodatnymi w miejscu belek.</p>  |
| M2                |  | <p>Model powłokowo-prętowy. Płyta modelowana jest jako powłoka zespolona z belkami modelowanymi jako pręty, których osie leżą w płaszczyźnie płyty.</p>  |
| M3                |  | <p>Model powłokowo-prętowy. Płyta modelowana jako powłoka zespolona z belkami w postaci prętów o osiach leżących w płaszczyźnie płyty. Sztwność belek jest zmodyfikowana z uwagi na mimośród pomiędzy środkami ciężkości belek i płyty.</p>  |

#### 4. Modele numeryczne stropu

Budowa modeli numerycznych analizowanego stropu była ściśle związana z zakresem prowadzonej analizy obejmującej wpływ podatności podpór na rozkłady momentów gnących w płycie oraz sposób modelowania belek w układzie stropu płytowo-belkowego. We wszystkich przypadkach modelowano dwie skrajne sytuacje, tj. przegubowe i sztywne zamocowanie stropu na obwodzie, tak aby umożliwić również analizę innych, pośrednich przypadków, np. obwodowego podparcia podatnego.

Z uwagi na zastosowanie w jednym z modeli stropu podparć liniowych w postaci podpór przegubowych analizowany układ konstrukcyjny stanowił model teoretyczny odpowiadający podejściu analitycznemu. W pozostałych modelach numerycznych użyto elementów prętowych, które modelowały belki na kilka różnych sposobów, co szczegółowo opisano poniżej. Płyta modelowana była jako powłoka o gęstości siatki 0,2×0,2 m.



Rys. 3. Przekrój stropu w miejscu oparcia płyty na belce [1]

Jak już zasygnalizowano wcześniej, parametrem determinującym pracę analizowanego stropu jest wzajemna relacja sztywności giętej płyty i belek ją podpierających. Tradycyjne podejście polegające na współosiowym zespoleniu płyty i belek daje na tyle fałszywe wyniki, że należy poszukiwać metod, które gwarantują minimalizację błędów obliczeniowych przy jednoczesnym uproszczeniu budowy modelu numerycznego. Problem ten został poddany szczegółowej analizie, której jednym z głównych elementów była metodologia budowania modeli numerycznych tego rodzaju układów konstrukcyjnych.

Z tego względu przeanalizowano dwie grupy modeli numerycznych. Po pierwsze zbudowano modele referencyjne R1 i R2, odpowiednio model powłokowo-prętowy, uwzględniający wzajemne przesunięcia osi ciężkości belek i płyty oraz model w pełni powłokowy. Wyniki uzyskane przy zastosowaniu modeli referencyjnych stanowiły odniesienie dla rezultatów obliczeń z pozostałych modeli. Zbudowano również trzy modele, w których badano

różne podejścia. W pierwszym z nich, modelu M1 zastosowano podejście teoretyczne, a więc zastosowano niepodatne podpory przegubowe w miejscu belek. W modelach M2 i M3 modelowano belki jako elementy liniowe na dwa sposoby. Modele analizowano przy użyciu programu Autodesk Robot Structural Analysis 2011. Ich szczegółowy opis zawarto w tabeli 3.

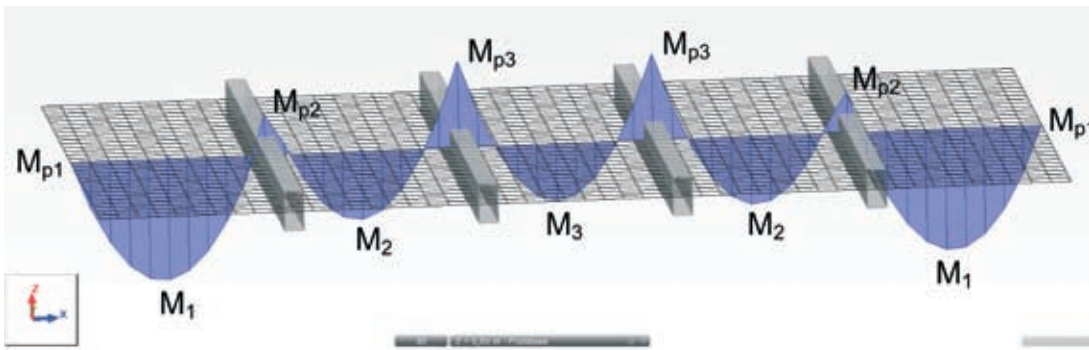
Powłokowo-prętowy model M3 wymaga bliższego opisu z uwagi na zastosowany tam sposób modyfikacji sztywności giętej belek. Tak jak opisano ten model w tabeli 3, przesunięcia środków ciężkości płyty i belek zostały uwzględnione w sposób pośredni przez korektę sztywności giętej belek. Jest to związane z wyższym momentem bezwładności belek liczoną względem środka ciężkości płyty niż względem ich osi własnych. Przyjmując schemat i oznaczenia przekroju pojedynczej belki i płyty pokazane na rysunku 3, mimośród wynikający z wzajemnego usytuowania tych elementów określa wielkość  $a$ . Tym samym współczynnik korekcyjny  $\alpha$  zwiększający moment bezwładności każdej z belek określony jest wzorem [1]:

$$\alpha = \frac{J_{y1}}{J_{y0}} = \frac{\frac{bh^3}{12} + bh \left( \frac{h}{2} - \frac{h_p}{2} \right)^2}{\frac{bh^3}{12}} \quad (3)$$

gdzie:  $J_{y0}$  – moment bezwładności pojedynczej belki liczonej względem jej osi bezwładności,  $J_{y1}$  – moment bezwładności belki liczonej względem osi bezwładności płyty (z uwzględnieniem mimośrodu  $a$ ).

#### 5. Praca stropu przy zastosowaniu analizowanych modeli numerycznych

W pierwszym etapie analizie poddano wartości momentów zginających  $M_{xx}$  w płycie, jakie uzyskano przy zastosowaniu wszystkich modeli numerycznych. W celu porównania ich wartości sporządzono wykresy momentów  $M_{xx}$  dla przekroju usytuowanego w połowie szerokości płyty B wg oznaczenia na rysunku 4. Na rysunkach 5 i 7 przedstawiono mapy momentów gnących  $M_{xx}$  [kNm/m] dla poszczególnych modeli numerycznych, odpowiednio dla przegubowego i sztywnego podparcia płyty na obwodzie. Z uwagi na zastosowane w modelu M1 liniowe podparcie stropu w miejscu belek, w całej analizie odnoszono się do wartości momentów podporowych występujących na ich osiach. Dlatego należy zaznaczyć, że zaobserwowane efekty dotyczące momentów podporowych w płycie w osiach belek jak i na ich krawędziach będą analogiczne. Wartości momentów  $M_{xx}$  uzyskane dla wszystkich analizowanych modeli oraz bezwzględne różnice procentowe wyników uzyskanych przy zastosowaniu modeli M1, M2 i M3 w stosunku do średnich wartości wyników referencyjnych z modeli R1 i R2 zestawiono w tabeli 4 i 5.

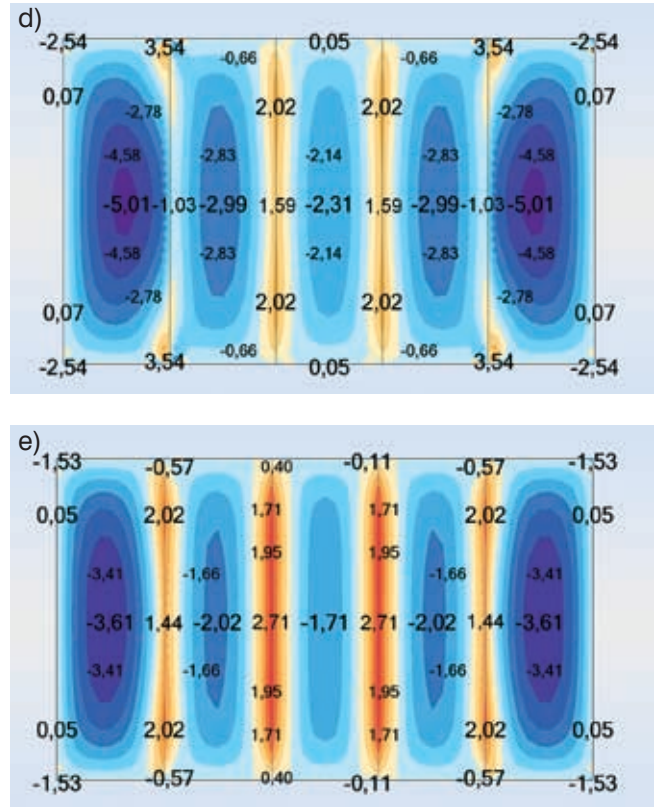
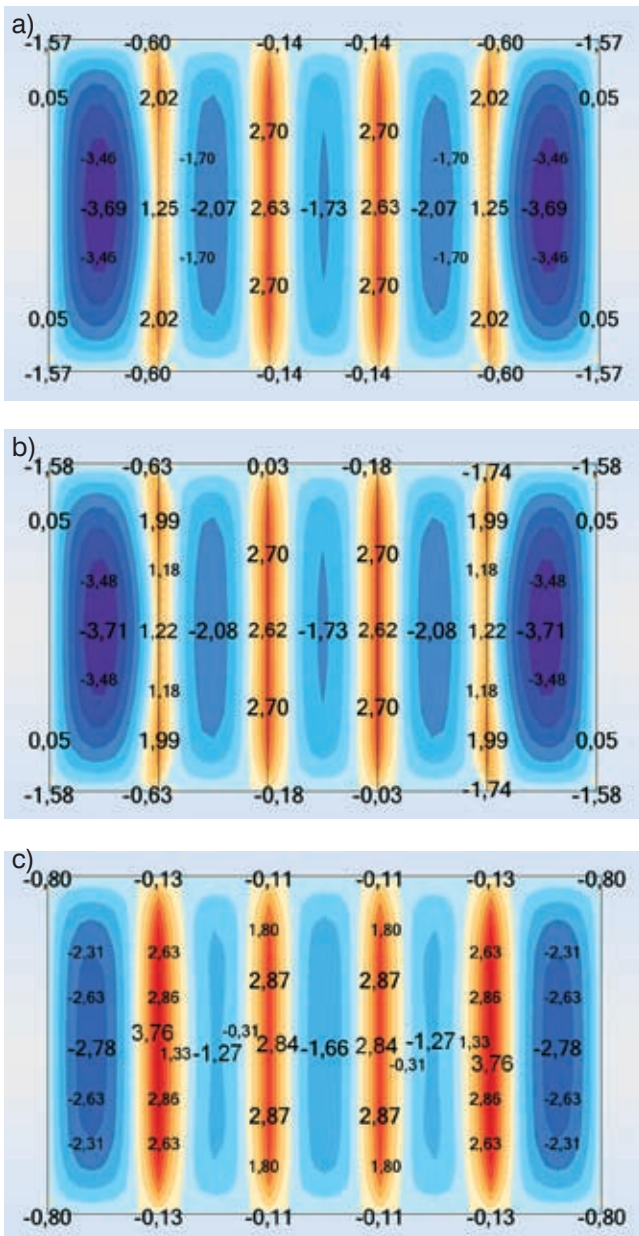


**Rys. 4.** Wykres i oznaczenie momentów zginających  $M_{xx}$  w płycie

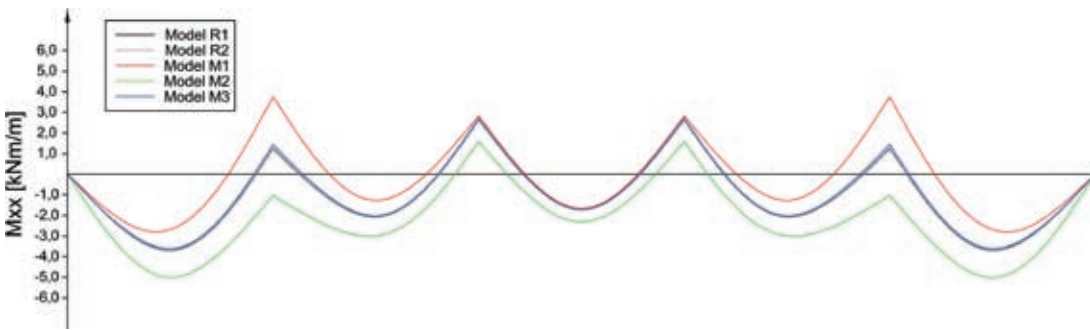
Analizując uzyskane wyniki zaobserwowano kilka charakterystycznych zjawisk. Przede wszystkim należy stwierdzić wysoką zbieżność wartości momentów gnących  $M_{xx}$ , które uzyskano dla obu sposobów zamocowania dla modeli referencyjnych R1 i R2. Z tego względu można przyjąć, że uzyskane w ten sposób wartości

momentów  $M_{xx}$  mogą stanowić odniesienie dla pozostałych modeli.

Pierwszym efektem analizowanym w pracy jest wpływ sprężystej podatności belek na rozkłady momentów gnących  $M_{xx}$  w płycie. Choć w analizowanym przypadku sztywność giętna belek jest znaczna w stosunku do sztywności płyty i np. kryterium (1) jest spełnione z dwukrotnym zapasem, to porównując rozkłady i wartości momentów gnących  $M_{xx}$  dla obu sposobów zamocowania należy zauważyć bardzo duży wpływ sprężystej podatności belek na uzyskane rezultaty. Objawia się to szczególnie intensywnie porównując momenty  $M_{xx}$  uzyskane przy zastosowaniu modelu M1, który odpowiada podejściu teoretycznemu, a więc przyjęciu podpór przegubowych



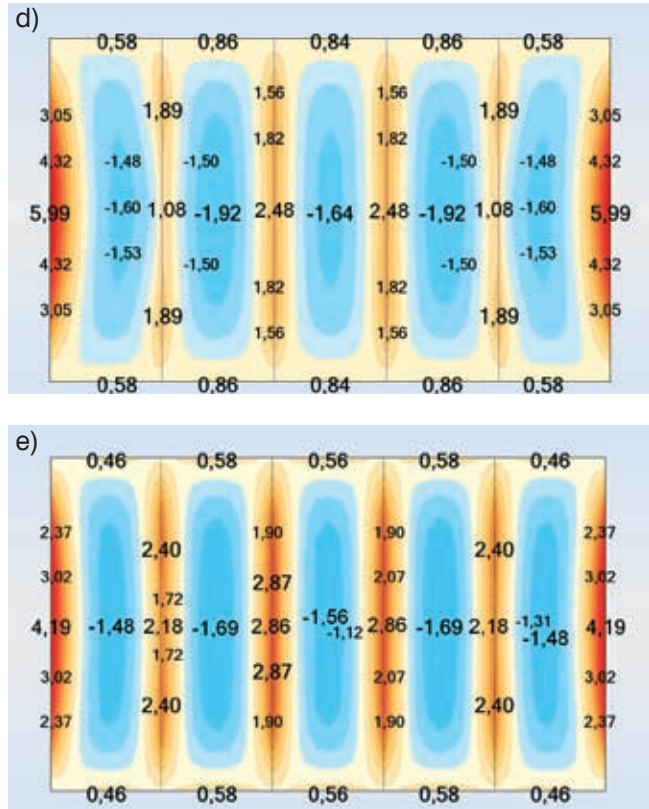
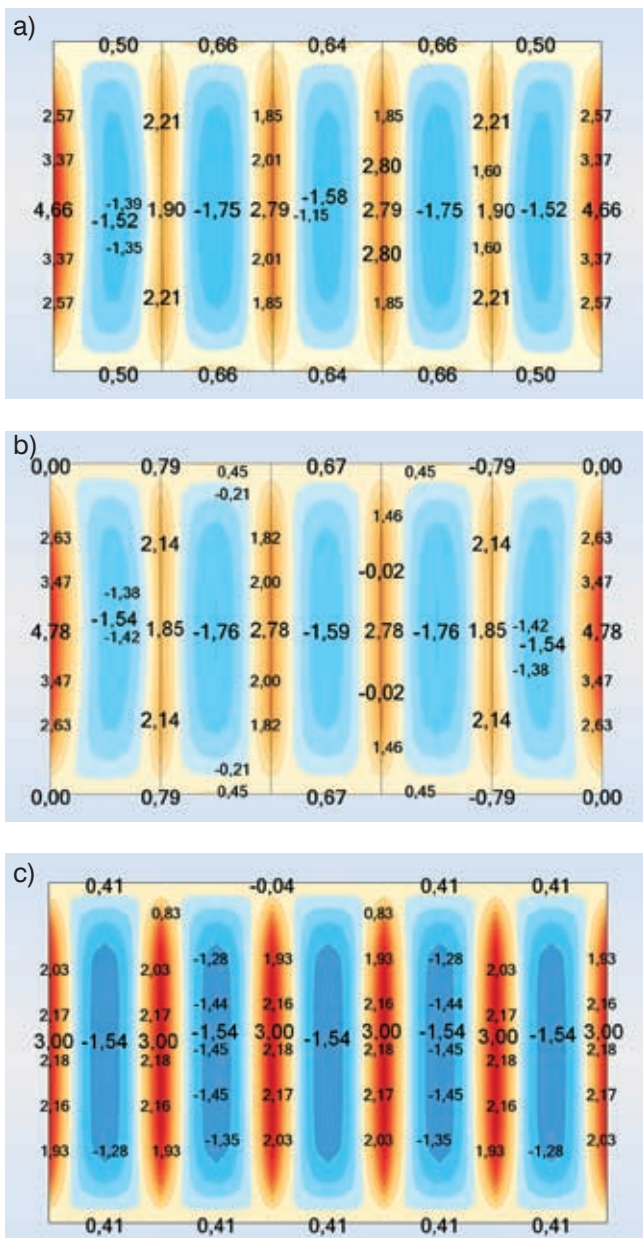
**Rys. 5.** Mapy momentów zginających  $M_{xx}$  [kNm/m] dla płyty podpartej przegubowo na obwodzie dla modeli: a) R1; b) R2; c) M1; d) M2; e) M3



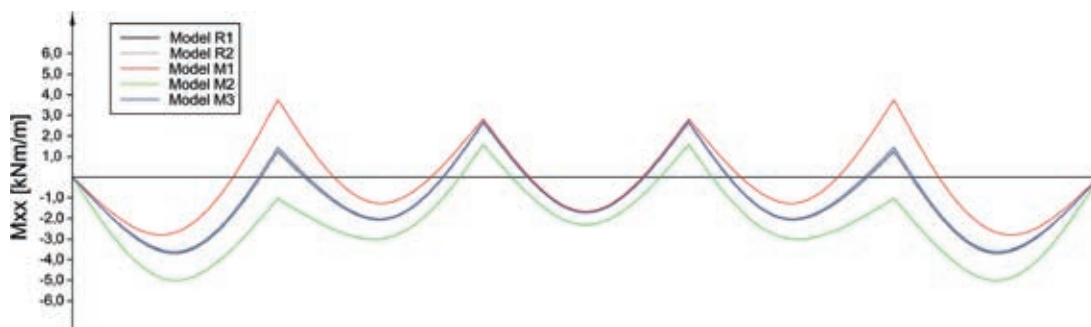
**Rys. 6.**  
Wykresy momentów zginających  $M_{xx}$  [kNm/m] w połowie szerokości płyty podpartej przegubowo na obwodzie

w miejscu belek. Maksymalne bezwzględne różnice w wartościach ekstremalnych momentów przęsłowych i podporowych wynoszą odpowiednio 39% i aż 204% dla podparcia przegubowego. W przypadku sztywnego zamocowania różnice te są mniejsze, odpowiednio 12 i 60%.

Drugim zjawiskiem wymagającym komentarza jest praca płyty przy zastosowaniu podejścia przyjętego w modelu M2, a więc modelu powłokowo-prętowego, w którym płyta modelowana jest jako powłoka zespolona w jednej płaszczyźnie z belkami modelowanymi jako pręty. W tym przypadku wartości momentów gnących także odbiegają zasadniczo od wartości referencyjnych i analogicznie jak poprzednio różnice te są większe w przypadku podparcia przegubowego, odpowiednio 44% i 183% dla momentów przęsłowych i podporowych. Przy utwierdzeniu różnice wynoszą odpowiednio 9% i 42%. Należy zwrócić uwagę na zanizoną wartość podporowego momentu gnącego  $M_{p2}$  nad skrajnymi belkami do tego stopnia, że w tym obszarze obserwuje się rozciąganie spodu płyty.



**Rys. 7.** Mapy momentów zginających  $M_{xx}$  [kNm/m] dla płyty utwierdzonej na obwodzie dla modeli: a) R1; b) R2; c) M1; d) M2; e) M3



**Rys. 8.**  
Wykresy momentów zginających  $M_{xx}$  [kNm/m] w połowie szerokości płyty utwierdzonej na obwodzie

ARTYKUŁY PROBLEMOWE

Przechodząc do analizy wyników uzyskanych przy zastosowaniu modelu M3, należy zaznaczyć, że w modelu tym zastosowano podejście, które jest często przyjmowane w projektowaniu inżynierskim i z tego względu model ten zasługuje na szczególne potraktowanie. Należy tutaj stwierdzić, że uzyskane rozkłady i wartości ekstremalne momentów gnących  $M_{xx}$  w płycie są o wiele bardziej zbliżone do wartości uzyskanych z modeli referencyjnych w porównaniu do poprzednio analizowanych modeli M1 i M2. Maksymalne bezwzględne różnice w momentach  $M_{xx}$  obserwuje się na poziomie 17% w przypadku momentów podporowych  $M_{p2}$  nad belkami skrajnymi dla podparcia przegubowego oraz odpowiednio 11% i 16% dla momentów podporowych w miejscu utwierdzenia  $M_{p1}$  oraz nad belkami skrajnymi  $M_{p2}$  w przypadku zamocowania sztywnego. Pozostałe różnice wahają się w granicach od 1% do 4%, a więc są nieznaczne.

Zbiorcze wykresy momentów gnących w płycie  $M_{xx}$  dla obu sposobów zamocowania pokazano na rysunkach 6 i 8 (oznaczenie przekroju wg rysunku 4). Na tych wykresach szczególnie wyraźnie uwidaczniają się dyskutowane wyżej różnice w momentach gnących uzyskane przy zastosowaniu modeli M1 i M2 w porównaniu do wartości referencyjnych. Jednocześnie wartości momentów uzyskane z modelu M3 są zbliżone do wartości referencyjnych.

Podsumowując ten etap analizy można stwierdzić, że w analizowanym przypadku wpływ sprężystej podatności podpór – belek na rozkłady momentów gnących  $M_{xx}$  w płycie jednokierunkowo zbrojonej był znaczny i diametralnie wpływał na uzyskane wyniki, choć teoretycznie nie powinien. W analizowanym przypadku należało więc uwzględnić efekt podatności podpór.

Tym samym kolejnym problemem wymagającym rozwiązania jest sam sposób uwzględniania i modelowania

**Tabela 4.** Wartości momentów  $M_{xx}$  w połowie szerokości płyty podpartej przegubowo na obwodzie

| Model numeryczny | $M_{p1}$ | $M_1$  | $M_{p2}$ | $M_2$  | $M_{p3}$ | $M_3$  |
|------------------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|
| R1               | 0,000    | -3,690 | 1,250    | -2,070 | 2,630    | -1,730 |
| R2               | 0,000    | -3,710 | 1,220    | -2,080 | 2,620    | -1,730 |
| Wartość średnia  | 0,000    | -3,700 | 1,235    | -2,075 | 2,625    | -1,730 |
| M1               | 0,000    | -2,780 | 3,760    | -1,270 | 2,840    | -1,660 |
| Różnica          |          | 25%    | 204%     | 39%    | 8%       | 4%     |
| M2               | 0,000    | -5,010 | -1,030   | -2,990 | 1,590    | -2,310 |
| Różnica          |          | 35%    | 183%     | 44%    | 39%      | 34%    |
| M3               | 0,000    | -3,610 | 1,440    | -2,020 | 2,710    | -1,710 |
| Różnica          |          | 2%     | 17%      | 3%     | 3%       | 1%     |

**Tabela 5.** Wartości momentów  $M_{xx}$  w połowie szerokości płyty utwierdzonej na obwodzie

| Model numeryczny | $M_{p1}$ | $M_1$  | $M_{p2}$ | $M_2$  | $M_{p3}$ | $M_3$  |
|------------------|----------|--------|----------|--------|----------|--------|
| R1               | 4,660    | -1,520 | 1,900    | -1,750 | 2,790    | -1,580 |
| R2               | 4,780    | -1,540 | 1,850    | -1,760 | 2,780    | -1,590 |
| Wartość średnia  | 4,720    | -1,530 | 1,875    | -1,755 | 2,785    | -1,585 |
| M1               | 3,000    | -1,540 | 3,000    | -1,540 | 3,000    | -1,540 |
| Różnica          | 36%      | 1%     | 60%      | 12%    | 8%       | 3%     |
| M2               | 5,990    | -1,600 | 1,080    | -1,920 | 2,480    | -1,640 |
| Różnica          | 27%      | 5%     | 42%      | 9%     | 11%      | 3%     |
| M3               | 4,190    | -1,480 | 2,180    | -1,690 | 2,860    | -1,560 |
| Różnica          | 11%      | 3%     | 16%      | 4%     | 3%       | 2%     |

belek w obliczeniach numerycznych w taki sposób, aby zminimalizować błąd rezultatów przy zastosowaniu możliwie jak najprostszego rozwiązania.

Przede wszystkim widać wyraźnie, że wprowadzenie belek w postaci prętów zespolonych osiowo z płytą daje wyniki niedokładne, a wręcz fałszywe, co opisano szczegółowo na przykładzie modelu M2. Pozostaje więc rozwiązanie polegające bądź na modelowaniu wszystkich elementów jako powłoki lub uwzględnianie mimośródów przy zastosowaniu funkcji *offset*. Pierwszy sposób jest rozwiązaniem dokładnym, ale mimo wszystko pracochłonnym. Drugi sposób generuje w belkach dodatkowe i znaczne siły osiowe, które w znaczący sposób rzutują na wzrost ilości wymaganego zbrojenia podłużnego. W tej sytuacji najefektywniejsze jest rozwiązanie przyjęte w modelu M3, a więc zastosowanie modelu powłokowo-prętowego, w którym płyta jest modelowana jako powłoka zespolona z belkami w postaci prętów o osiach leżących w jej płaszczyźnie. Sztywność giętna belek jest modyfikowana (podwyższana) w tym przypadku z uwagi na mimośród pomiędzy środkami ciężkości belek i płyty. Należy jednak zwrócić tutaj uwagę na różnice w momentach gnących, które stwierdzono w analizowanym przypadku, dochodzące w pewnych punktach do 17%. Stosując więc proponowany sposób modelowania stropów płytowo-belkowych, należy mieć na względzie zastosowane uproszczenia wymagające od projektanta założenia odpowiedniego marginesu bezpieczeństwa.

## 6. Podsumowanie

Analogicznie do wyników wcześniejszych badań autora [1] w przypadku analizowanego stropu jednokierunkowo zbrojonego ujawnił się istotny wpływ podatności

podpór (belek) na pracę płyty w sytuacji, gdy sztywność belek była znacznie wyższa od jej sztywności. Teoretycznie uprawniałoby to do przyjęcia w obliczeniach podpór niepodatnych, z pominięciem wprowadzania do modelu numerycznego belek. Analizując uzyskane wyniki, należy stwierdzić, że efekt ten należy zatem uwzględnić w trakcie obliczeń nawet w sytuacjach, gdy istnieją ku temu przesłanki teoretyczne. Potwierdza to słuszność postulatów podnoszonych przez autorów (np. [1, 2]), że podpory niepodatne można przyjmować dopiero przy daleko wyższej sztywności giętej belek w stosunku do sztywności płyty. Zastosowanie tutaj może znajdować kryterium (3).

Przeanalizowany sposób modelowania belek w układach płytowo-belkowych pozwala na stwierdzenie, że zaproponowana metoda modyfikacji sztywności belek daje dobre rezultaty. Z tego względu oraz z uwagi na prostotę takiego sposobu modelowania proponowana w pracy metoda z powodzeniem może być stosowana w praktyce. Uwzględniając jednak różnice uzyskane w wartościach momentów gnących wyznaczonych przy zastosowaniu metody modyfikacji sztywności belek oraz metod referencyjnych na poziomie maksymalnie kilkunastu procent, należy pamiętać o zapewnieniu odpowiedniego zapasu nośności płyty.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Kossakowski P., Inżynierski problem komputerowego modelowania pracy żelbetowej płyty dwuprzęsłowej z uwzględnieniem sprężystej podatności belki. Przegląd Budowlany, nr 10/20
- [2] Starosolski W., Konstrukcje żelbetowe według Eurokodu 2 i norm związanych. Tom 1. Wydanie 13. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2011
- [3] PN-EN 1991-1-1:2004 Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje – Część 1-1: Oddziaływania ogólne – Ciężar objętościowy, ciężar własny, obciążenia użytkowe w budynkach
- [4] PN-EN 1990:2004 Eurokod – Podstawy projektowania konstrukcji

# Uwaga!

Członkowie PZITB i PIIB  
prenumeratę na rok 2015  
mogą zamówić także  
przez Okręgowe Izby  
Inżynierów Budownictwa.

Prenumerata – 252 zł

Studencka – 126 zł

Ulgowa – 126 zł

Elektroniczna – 75 zł

Zapraszamy do zakupu prenumeraty  
„Przeglądu Budowlanego”