

# Współczynnik intensywności naprężeń w betonie a jego wytrzymałość na ściskanie

Mgr inż. Stanisław Plechawski, Biuro Projektowo-Budowlane Planex, Zamość

## 1. Wprowadzenie

Beton, który jest materiałem uniwersalnym, wieloskładnikowym, heterogenicznym i anizotropowym, jest jednym z podstawowych materiałów konstrukcyjnych powszechnie stosowanym w budownictwie. Wpływa na to łatwy dostęp do jego składników, dość niskie koszty wytworzenia, możliwość stosowania w zmiennych warunkach atmosferycznych, możliwość wznoszenia budowli i wykonywania konstrukcji w różnych technologiach.

Eksploatacja konstrukcji budowlanych powoduje ich fizyczne zużycie, elementy betonowe i żelbetowe ulegają destrukcji. Z powodu bardzo wysokich kosztów budowy nowych obiektów użytkowane konstrukcje muszą być naprawiane i wzmacniane różnymi metodami. Zdarza się, że konstrukcje zaprojektowane poprawnie ulegają katastrofalnemu zniszczeniu w wyniku nagłego pęknięcia. Wspólnym mianownikiem takich sytuacji jest obecność pęknięć pierwotnych. W konstrukcjach stalowych mogą być one efektem np. błędnego spawania, w betonowych – np. zjawisk skurczowych. Nagłe pęknięcie jest spowodowane, zachodzącym z szybkością dźwięku, wzrostem propagacji istniejących pęknięć, które nagle stają się niestabilne. Przekroczone zostaje krytyczne naprężenie, przy którym jest dostatecznie dużo energii na to, aby wykonać pracę rozrywania materiału [1].

W klasycznych teoriach wymiarowania konstrukcji z betonu, przy opisie pęknięcia elementów w strefach rozciąganych ważną jest wytrzymałość betonu na rozciąganie (np. przy określaniu sił rysujących). Odporność na rozciąganie, chociaż niewielka powoduje, że beton nie jest materiałem idealnie kruchym; gdyby takim był, to każda rysa powodowałaby natychmiastowe jego zniszczenie. Jednak ta cecha materiałowa jest niewystarczająca do pełnego opisu powstawania i rozwoju rys [2].

Wpływ odporności na rozciąganie elementów z betonu przy pęknięciu można analizować na podstawie innej dziedziny wiedzy, która wyjaśnia powstałe w betonie defekty technologiczne i ich wpływ na konstrukcje w późniejszych etapach eksploatacji. Jest to mechanika pęknięcia – łącząca problemy materiałoznawcze i wytrzymałościowe, zajmująca się badaniem zachowania się elementów i układów z karbem, w określonych warunkach obciążenia, i określająca ilościowe związki tego zachowania. Nie zmienia to faktu, że również

i w tej dziedzinie wytrzymałość betonu na rozciąganie jest jedną z podstawowych charakterystyk odporności betonu na pęknięcie.

W niniejszej pracy podjęto próbę wykazania, na podstawie badań i doświadczeń własnych, że powstałe w betonie destrukcje przed okresem eksploatacji, takie jak pory, rysy technologiczne oraz uszkodzenia w tym materiale, w wyniku obciążenia wpływają na właściwości wytrzymałościowe betonu.

## 2. Opis badanych próbek

Do wykonania próbek zastosowano beton cementowy z cementu portlandzkiego o wytrzymałości wczesnej CEM I 42,5 R (bez dodatków) z Chelma, kruszywo żwirowe z kopalni Drahle k. Sokółki o frakcjach  $\varnothing 2 \div 4$ ,  $\varnothing 4 \div 8$ ,  $\varnothing 8 \div 16$  mm, piasek normowy kopalniany.

Wykonano beton o wskaźnikach wodno-cementowych  $w/c = 0,40$ ;  $w/c = 0,50$ ;  $w/c = 0,60$ , bez żadnych dodatków i domieszek.

Skład 1 m<sup>3</sup> mieszanek betonowych w podziale na poszczególne wskaźniki wodno-cementowe podano w tabeli 1.

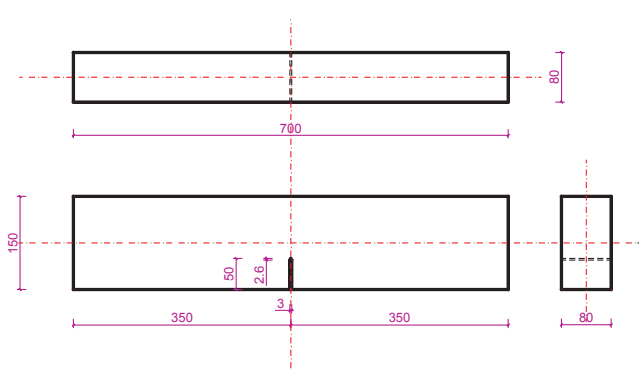
**Tabela 1.** Skład mieszanek betonowych

Wskaźnik w/c →		0,4	0,5	0,6
Cement CEM I 42,5 R	kg/m <sup>3</sup>	320	320	320
Piasek normowy (0–2 mm)	kg/m <sup>3</sup>	652	625	598
Kruszywo grube żwir (2–8 mm)	kg/m <sup>3</sup>	554	531	508
Kruszywo grube żwir (8–16 mm)	kg/m <sup>3</sup>	832	797	763
Woda wodociąg	dm <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>	128	160	192
Razem	kg/m <sup>3</sup>	2486	2433	2381

Wytrzymałość betonu na ściskanie określano na próbkach z kostek sześciennych o boku 150 mm. Dla każdego wskaźnika w/c wykonano po 3 próbki kostkowe, w sumie 9 próbek.

Współczynnik intensywności naprężeń [3] badano na, zaleconych przez RILEM [4], próbkach – beleczkach o wymiarach ( $L \cdot b \cdot W$ ) 700 · 80 · 150 mm, o rozpiętości (rozstaw podpór)  $S = 600$  mm, ze szczeliną pierwotną o długości  $a = 50$  mm i szerokości rozwarcia szczeliny 3 mm (rys. 1), proporcje wymiarów próbek wynoszą:  $S = 4 \cdot W$ ;  $b = \sim 0,5 \cdot W$ ;  $a = 0,333 \cdot W$ .

Wg zaleceń RILEM wymiary próbek, w zależności od maksymalnej średnicy ziaren kruszywa powinny zapewniać możliwość prowadzenia badań w płaskim stanie od-



**Rys. 1.** Kształt i wymiary próbek betonowych zastosowanych w badaniach

kształcenia. W tym przypadku ( $\varnothing$  do 25 mm) przyjęte wymiary próbek zapewniają taką możliwość. Kształt próbek w postaci beleczek wybrano ze względu na metodę badań – wykorzystanie naprężeń rozciągających powstających podczas zginania beleczek oraz dostępny do tych badań sprzęt w laboratorium. Inny kształt próbek wymieniany w literaturze, np. [3], [5] wymaga specjalistycznego sprzętu lub oprzyrządowania do maszyn wytrzymałościowych.

Próbki betonowano w formach przygotowanych przez autora niniejszej pracy o wymiarach 700 · 150 · 80 mm wykonanych ze sklejk wodoodpornej z odpowiednimi nacięciami na blachę, grubości 3 mm, formującą szczelinę pierwotną (rys. 1). Próbki zagęszczano na stoliku wibracyjnym. Dla każdego wskaźnika w/c wykonano po 3 szt. próbek – beleczek (łącznie 9 szt.).

Przed badaniami próbki były ważone oraz mierzone, ponieważ nie były wykonane w laboratoryjnych formach normatywnych. Wykonywano po trzy pomiary dla każdego wymiaru: długości, szerokości i wysokości próbki oraz grubości uchwytów sprawdzianu zaciśkowego  $H_0$ . Do obliczeń przyjmowano wartości średnie z tych pomiarów.

Próbki kostkowe badano na ściskanie po 28 dniach [6] przechowywania w warunkach normowych w wodzie w temperaturze  $(20 \pm 2)^\circ\text{C}$  wg [7]. Próbki-beleczki przeznaczone do badań współczynnika intensywności naprężeń w temperaturze normalnej badano również w ww. warunkach normowych.

### 3. Przebieg badań

Badania prowadzono na stanowisku do badań wytrzymałościowych MTS 809 Axial/Torsional Test Systems z komputerową rejestracją wyników i z wykorzystaniem szczelinomierza COD firmy MTS o zakresie  $\pm 12$  mm i błędzie  $< 0,001$ . Próbkę do badań umieszczano była na podporach posiadających możliwość obrotu w taki sposób, aby działanie siły było umiejscowione dokładnie nad szczeliną. Po uprzednim wyzerowaniu wskaźników wszystkich układów pomiarowych następowało cykliczne obciążanie próbki, aż do jej zniszczenia. Próbki obciążano z taką prędko-

ścią, aby współczynnik intensywności naprężeń przyrastał nie więcej niż od 0,55 do 2,75 MPa  $\text{m}^{1/2}/\text{s}$ . W czasie badania rejestrowana jest zależność rozwarcia wylotu (krawędzi) szczeliny (CMOD – Crack Mouth Opening Displacement) od siły P (Force). Za zapis wszystkich sygnałów odpowiada kontroler maszyny. Częstotliwość zapisów ustawiona była na 100 Hz. Sygnały z głowicy pomiaru siły oraz ze szczelinomierza były ze sobą zsynchronizowane. W efekcie badania otrzymywano plik zawierający następujące dane: czas, przemieszczenie tłoka, siła i rozwarcie szczeliny.

Przygotowaną do badań próbkę z przymocowanym szczelinomierzem, umieszczoną w stanowisku badawczym pokazano na rysunku 2.



**Rys. 2.** Beleczka betonowa na stanowisku badawczym

Do pomiaru szerokości rozwarcia wylotu szczeliny (CMOD) stosowano szczelinomierz (ekstensometr). Ponieważ rozwarcie szczeliny jest zbyt małe do bezpośredniego umocowania w niej szczelinomierza, przyrząd ten każdorazowo umieszczano w uchwytach (blaszkach) przyklejonych do próbki w sąsiedztwie szczeliny.

### 4. Współczynnik intensywności naprężeń

Współczynnik intensywności naprężeń  $K_{IC}$  to miara odporności na pęknięcie, która jest niezależna od grubości i jako taka może być uznana za charakterystykę materiałową w warunkach płaskiego stanu odkształcenia (PSO). Odgrywa on analogiczną rolę, jak np. wytrzymałość na rozciąganie w tradycyjnie rozumianej wytrzymałości materiałów – w prawidłowo zaprojektowanym elemencie naprężenie normalne nie może przekroczyć tej wytrzymałości. W liniowej mechanice pęknięcia, w myśl siłowego kryterium pęknięcia, współczynnik intensywności naprężeń, charakteryzujący pole naprężeń w pobliżu wierzchołka szczeliny, nie może przekraczać wartości krytycznej, którą jest  $K_{IC}$ . Sposób wyznaczania tej charakterystyki musi uwzględniać wymagania dotyczące wymiarów próbek, których spełnienie zapew-

nia, że przy wierzchołku szczeliny panuje płaski stan odkształcenia (PSO) [8].

Ogólna postać wzoru na współczynnik intensywności naprężeń dla I modelu pęknięcia [9]:

$$K_{IC} = \sigma_C \sqrt{\pi a} \quad (1)$$

Wzór ten dotyczy cienkiej, półnieskończonej płyty i nie uwzględnia innych rodzajów geometrii próbki. W uogólnionej teorii często pomija się wpływ geometrii próbek, gdyż przysławiają one fizyczne aspekty zjawiska, które są w zasadzie takie same dla różnych wymiarów próbek. Należy jednak o nich pamiętać i uwzględniać w przypadku analizy konkretnych próbek [1].

Krytyczny współczynnik intensywności naprężeń dla belki trójpunktowo zginanej wynosi:

$$K_{IC} = \sigma_C \sqrt{\pi a} Y(a/W) \quad (2)$$

$\sigma_C$  – wielkość naprężenia w wierzchołku szczeliny

$$\sigma_C = 6 M_C / [B(W - a)^2] \quad (3)$$

$M_C$  – krytyczny moment zginający;  $Y(a/W)$  – funkcja podatności uwzględniająca wymiary i kształt próbki;  $B$  – szerokość próbki;  $W$  – wysokość próbki;  $a$  – długość szczeliny

W literaturze podane są równania opisujące wpływ kształtu próbek w badaniach I modelu pęknięcia na wartość WIN. Wg [5] dla trójpunktowego zginania można przyjąć funkcję Lotta-Keslera:

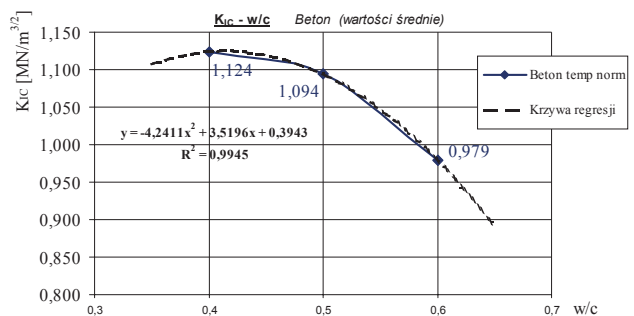
$$Y(a/W) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(1 - \frac{a}{W}\right)^2 \left\{ 2 \left[ 10,08 \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 1,225 \left(\frac{a}{W}\right) + 0,192 \right] \left(\frac{W}{a}\right) \right\}^{1/2} \quad (4)$$

Wyniki obliczeń współczynnika intensywności naprężeń (średnie) z uwzględnieniem geometrii próbek zamieszczono na wykresach.

Wartości współczynników naprężeń obliczonych wg powyższych funkcji dla konkretnych ww. wymiarów próbek można też porównać z opracowaniami innych autorów. Np. z wyników badań zamieszczonych w [3], (choć Autor nie podaje tego wprost) można również zauważyć zależności WIN od wytrzymałości betonu na ściskanie – dla betonu żwirowego o wskaźniku  $w/c = 0,4$  i średniej wytrzymałości na ściskanie 35,16 MPa współczynnik  $K_{IC}$  wyniósł 0,66 MN/m<sup>3/2</sup>, zaś dla betonu żwirowego o średniej wytrzymałości na ściskanie 38,92 MPa współczynnik  $K_{IC}$  wynosi już 1,13 MN/m<sup>3/2</sup>. Różnica wytrzymałości może wydawać się niewielka, jednak należy uwzględnić fakt, że Autor wspomnianej pracy badał  $K_{IC}$  m.in. w zależności od frakcji kruszywa, którymi różnią się badane próbki [10], [11]. Należy jeszcze dodać, że wymiary próbek badanych w [3] i opisanych w niniejszym opracowaniu były identyczne.

## 5. Analiza wyników badań

Zależności współczynnika  $K_{IC}$  od wskaźników  $w/c$  badanych próbek z betonu podano na wykresie (rys. 3). Widoczny jest tam dość wyraźny przyrost wartości współczynnika  $K_{IC}$  przy niższych wskaźnikach  $w/c$ .



Rys. 3 Zależność  $K_{IC}$  –  $w/c$  dla badanych próbek betonu

Krzywa regresji w postaci paraboli bardzo dobrze przybliża tę zależność.

Wartości średnie, odchylenia standardowe i współczynniki zmienności  $K_{IC}$  podano w tabeli 2:

Tabela 2. Odchylenia standardowe i współczynniki zmienności

W/C	$K_{IC}$ MN/m <sup>3/2</sup>	$s_K$ MN/m <sup>3/2</sup>	$v_K$ %
0,4	1,124	0,094	8,41
0,5	1,094	0,089	8,10
0,6	0,979	0,088	9,01

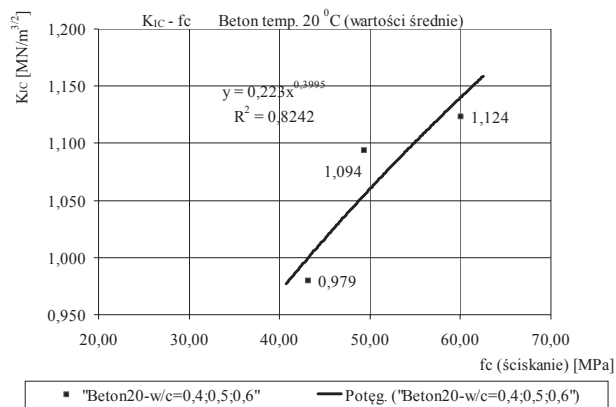
Ogólnie wiadomo, że wytrzymałość betonu również wzrasta w miarę spadku wartości wskaźnika  $w/c$ . W związku z tym zostanie przedstawiona korelacja między współczynnikiem intensywności naprężeń, a wytrzymałością betonu na ściskanie ustalona na podstawie badań własnych.

Wykres zależności  $K_{IC} - f_c$  dla betonu na podstawie wyników badań pokazano na rysunku 4. Widoczny jest wzrost współczynnika  $K_{IC}$  wraz ze wzrostem wytrzymałości betonu na ściskanie, która jak już powiedziano, rośnie wraz ze spadkiem wskaźnika  $w/c$ .

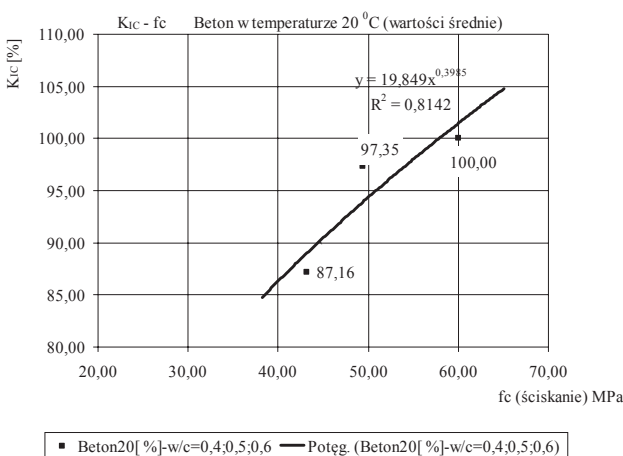
Poszukiwane krzywe regresji niezbyt dobrze aproksymują przebieg funkcji krzywej wzrostu współczynnika  $K_{IC}$ . Po wielu próbach przyjęto funkcje potęgowe, gdyż wydaje się, że pomimo dość dużej rozbieżności poszukiwanych krzywych statystycznych, właśnie funkcja potęgowa najbardziej oddaje charakter tej zależności.

Uśredniony, obliczony dla skrajnych punktów tangens kąta nachylenia krzywej regresji, wynosi:  $\tan \alpha = 0,00832$ , co równe jest kątowi  $\alpha = 0,48$  deg. Wynika z tego, że przyrost wartości średnich współczynnika  $K_{IC}$  w stosunku do średnich wytrzymałości betonu  $f_c$ , obliczonych dla każdego z badanych wskaźników  $w/c$ , w tym przypadku raczej nie jest duży.





**Rys. 4.** Zależność  $K_{IC}$  –  $f_c$  dla betonu w temperaturze normalnej



**Rys. 5.** Zależność procentowa  $K_{IC}$  –  $f_c$  dla betonu w temperaturze normalnej

Zależność procentową współczynnika intensywności naprężeń  $K_{IC}$  i wytrzymałości na ściskanie  $f_c$  betonu pokazano na poniższym wykresie (rys. 5), przyjmując za 100% wartość  $K_{IC}$  dla wskaźnika  $w/c = 0,4$ .

Jak widać na wykresie, pomiędzy wskaźnikami  $w/c =$  od 0,4 do 0,5 współczynnik intensywności naprężeń betonu zmienia się tylko o 2,65%, podczas gdy wytrzymałość na ściskanie jest mniejsza o ok. 10 MPa (ok. 17,7%); a przy spadku wytrzymałości o ok. 17 MPa (ok. 28%) spadek współczynnika KIC wynosi ok. 13% (przy wskaźniku  $w/c =$  od 0,5 do 0,6). Wartości te obliczono w odniesieniu do wskaźnika  $w/c = 0,4$ .

## 6. Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych badań i analiz stwierdza się, że zależności współczynnika  $K_{IC}$  od poszczególnych badanych wskaźników wodno-cementowych (rys. 3) są widoczne bardzo wyraźnie. Stwierdzono, że przyrost wartości współczynnika  $K_{IC}$  jest zdecydowanie większy przy wyższych wartościach wskaźnika  $w/c$ .

Z kolei z zależności  $K_{IC} - f_c$  dla betonu (rys. 4) wynika wzrost współczynnika  $K_{IC}$  wraz ze wzrostem wytrzymałości

ści betonu na ściskanie, która jak wiadomo, rośnie wraz ze spadkiem wskaźnika  $w/c$ . Przyrost wartości współczynnika KIC nawet przy bardzo małym wzroście wytrzymałości betonu na ściskanie jest istotny.

Zależność wzrostu współczynnika intensywności naprężeń od wytrzymałości na ściskanie, wyrażona tangensem uśrednionego kąta nachylenia krzywej regresji, wskazuje, że wzrost wartości współczynnika  $K_{IC}$  w odniesieniu do wytrzymałości betonu na ściskanie  $f_c$  jest zdecydowanie większy przy wyższych wartościach wskaźnika  $w/c$ . Najmniejszy jest dla betonu o wskaźniku  $w/c = 0,4$ , a największy dla wskaźnika  $w/c = 0,6$ . Przyrost wartości średnich współczynnika  $K_{IC}$  w stosunku do średnich wytrzymałości betonu  $f_c$ , obliczonych dla każdego z badanych wskaźników  $w/c$ , jest raczej niewielki.

Również z porównania zmian  $K_{IC}$  i  $f_c$  (rys. 5) wyrażonych procentowo wynika, że dla wskaźnika  $w/c =$  od 0,4 do 0,5, przy dość znaczącej zmianie wytrzymałości na ściskanie współczynnik intensywności naprężeń betonu zmienia się niewiele; ale już dla wskaźnika  $w/c =$  od 0,5 do 0,6 przy większym spadku wytrzymałości na ściskanie spadek współczynnika  $K_{IC}$  jest dużo większy. Można zatem stwierdzić, że dla betonów o wyższym wskaźniku  $w/c$ , przy spadku wytrzymałości, współczynnik intensywności naprężeń w betonie wykazuje większy spadek wartości.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Ashby M. F., Jones D. R. H., Materiały inżynierskie właściwości i zastosowanie – tom I, Kształtowanie struktury i właściwości, dobór materiałów tom II, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1995. s.157–160
- [2] Słowik M., Błazik-Borowa E., Wpływ uziarnienia kruszywa na parametry pęknięcia betonu. Monografia: Zagadnienia pęknięcia i skrawania materiałów kruchych. Politechnika Lubelska, Lublin 2008. s. 6–18
- [3] Golewski G. L., Sadowski T. S., Rola kruszywa grubego w procesie destrukcji kompozytów betonowych poddanych obciążeniami doraźnym, Wydawnictwo IZT Sp. z o. o., Lublin 2008
- [4] Determination of fracture parameters of plain concrete using three-points bend tests. R1LEM Draft Recommendations, TC 89 – FMT Fracture Mechanics of Concrete Test Methods: Materials and Structures, 23, 1990, 457–460
- [5] Prokopski G., Mechanika pęknięcia betonów cementowych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów, 2009
- [6] PN-EN 206-1: 2003. Beton. Część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność
- [7] PN-EN 12390-2: 2011. Badania betonu. Część 2: Wykonywanie i pielęgnacja próbek do badań wytrzymałościowych
- [8] German J., Podstawy mechaniki pęknięcia. Skrypt dla studentów wyższych szkół technicznych, Instytut Mechaniki Budowlanej, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska, Kraków 2005, s. 50
- [9] Recho N., Fracture Mechanics and Crack Growth. John Wiley & Sons, ISTE Ltd. 2012, s. 91–92
- [10] Brandt A. M., Zastosowanie doświadczalnej mechaniki zniszczenia do kompozytów o matrycach cementowych. W: Mechanika kompozytów betonopodobnych, A.M. Brandt (red.), PAN. Ossolineum, Wrocław 1983. str. 449–501
- [11] Hota J., Naprężenia inicjujące i krytyczne a destrukcja naprężeniowa w betonie ściskanym, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2000